Pianificazione FDMA/TDMA in base al C/I

Si consideri il collegamento mobile-base di un sistema radiomobile GSM con copertura cellulare a celle esagonali. Il modello di propagazione comprende l'attenuazione con la distanza, conforme alla formula ETSI GSM per zone rurali:

$$L_{(dB)} = 90.7 + 10 * 3.18 \log d_{(km)} \ ,$$

e lo shadowing lognormale, con deviazione standard σ=6 dB.

Si deve calcolare il valore minimo del cluster size che garantisce un rapporto segnale-interferenza C/I superiore a 8 dB nell' 80% dei casi considerando che il trasmettitore si trovi al bordo della cella.

A tal fine, si consideri l'interferenza costante e pari al suo valore medio calcolato nell' ipotesi che siano attivi 6 utenti interferenti, situati nel centro della propria cella, mentre il segnale utile è soggetto allo shadowing con statistica lognormale.

Si ricorda che la cumulativa di una distribuzione gaussiana vale:

$$F(xo) = 0.5 \left[1 + \mathrm{erf}((xo - \mu) \ / (\sqrt{2}\ \sigma)) \right]$$

I valori di erf(x) sono riportati in tabella 1.

x	**erf(x)**	x	erf(x)	x	erf(x)
.00	.000	.24	.266	.51	.529
.01	.011	.25	.276	.52	.538
.02	.023	.26	.287	.53	.546
.03	.034	.27	.297	.54	.555
.04	.045	.28	.308	.55	.563
.05	.056	.29	.318	.56	.572
.06	.068	.30	.329	.57	.580
.07	.079	.31	.339	.58	.588
.08	.090	.32	.349	.59	.596
.09	.101	.33	.359	.60	.604
.10	.112	.34	.369	.61	.612
.11	.124	.35	.379	.62	.619
.12	.135	.36	.389	.63	.627
.13	.146	.37	.399	.64	.635
.14	.157	.38	.409	.65	.642
.15	.168	.39	.419	.66	.649
.16	.179	.40	.428	.67	.657
.17	.190	.41	.438	.68	.664
.18	.201	.42	.447	.69	.671
.19	.212	.43	.457	.70	.678
.20	.223	.44	.466	.71	.685
.21	.234	.45	.475	.72	.691
.22	.244	.46	.485	.73	.698
.23	.255	.47	.494	.74	.705
		.48	.503	.75	.711
		.49	.512	.76	.718
		.50	.520	.77	.724

.78	.730	1.19	.908	1.60	.976
.79	.736	1.20	.910	1.61	.977
.80	.742	1.21	.913	1.62	.978
.81	.748	1.22	.916	1.63	.979
.82	.754	1.23	.918	1.64	.980
.83	.760	1.24	.921	1.65	.980
.84	.765	1.25	.923	1.66	.981
.85	.771	1.26	.925	1.67	.982
.86	.776	1.27	.928	1.68	.982
.87	.781	1.28	.930	1.69	.983
.88	.787	1.29	.932	1.70	.984
.89	.792	1.30	.934	1.71	.984
.90	.797	1.31	.936	1.72	.985
.91	.802	1.32	.938	1.73	.986
.92	.807	1.33	.940	1.74	.986
.93	.812	1.34	.942	1.75	.987
.94	.816	1.35	.944	1.76	.987
.95	.821	1.36	.946	1.77	.988
.96	.825	1.37	.947	1.78	.988
.97	.830	1.38	.949	1.79	.989
.98	.834	1.39	.951	1.80	.989
.99	.839	1.40	.952	1.81	.990
1.00	.843	1.41	.954	1.82	.990
1.01	.847	1.42	.955	1.83	.990
1.02	.851	1.43	.957	1.84	.991
1.03	.855	1.44	.958	1.85	.991
1.04	.859	1.45	.960	1.86	.991
1.05	.862	1.46	.961	1.87	.992
1.06	.866	1.47	.962	1.88	.992
1.07	.870	1.48	.964	1.89	.992
1.08	.873	1.49	.965	1.90	.993
1.09	.877	1.50	.966	1.91	.993
1.10	.880	1.51	.967	1.92	.993
1.11	.884	1.52	.968	1.93	.994
1.12	.887	1.53	.970	1.94	.994
1.13	.890	1.54	.971	1.95	.994
1.14	.893	1.55	.972	1.96	.994
1.15	.896	1.56	.973	1.97	.995
1.16	.899	1.57	.974	1.98	.995
1.17	.902	1.58	.975	1.99	.995
1.18	.905	1.59	.975		

Tabella 1

Soluzione

Si normalizzano i valori di C e di I alla potenza trasmessa (supposta uguale per tutti i trasmettitori). Si suppone cioè $P_T = 1$ (=0 dB). L'atttenuazione vale L=90.7+31.8log(r (km))

Interferenza

Se ne consideri il solo valor medio $\bar{I}$. Si ha:

$$\bar{I}\,(\text{dBW}) = 10 \log 6 - 90.7 - 31.8 \log D\ (\text{km}).$$

Segnale utile

E' costituito da un valore medio dato dalla formula dell'attenuazione con la distanza e da una variabile aleatoria (fading) che, espressa in dB, è gaussiana a valor medio nullo e deviazione standard pari a 6. Si ha cioè:

$$C\,(\text{dBW}) = \bar{C}\,(\text{dBW}) - X\,(\text{dB}),$$

con

$$F(x) = \frac{1}{2}\left(1 + \text{erf}\,\frac{x}{\sqrt{2}\,\sigma}\right) \quad (\text{c.d.f. di x}),$$

$$\bar{C}\,(\text{dBW}) = -90.7 - 31.8 \log R(\text{km}),$$

Si ha allora:

$$\frac{C}{I}\,(\text{dB}) = x - 10 \log 6 + 31.8 \log\left(\frac{D}{R}\right).$$

Occorre determinare il margine di fading M_f per cui $X < M_f$ nell' 80% dei casi. Si ha allora:

$$\frac{1}{2}\left(1 + \text{erf}\,\frac{M_f}{\sqrt{2}\,.\,6}\right) = 0.8\,,$$

$$\text{erf}\,\frac{M_f}{\sqrt{2}\,.\,6} = 0.6 \Rightarrow M_f \simeq 0.6 \cdot \sqrt{2} \cdot 6 = 5.1;$$

quindi:

$$M_f = 5.1\,dB$$

da cui

$$\frac{C}{I}\,(\text{dB}) = -5.1 - 10 \log 6 + 31.8 \log\left(\frac{D}{R}\right) = 8 \text{ dB}$$

$$-12.87 + 31.8 \log\left(\frac{D}{R}\right) = 8 \text{ dB}$$

$$31.8 \log\left(\frac{D}{R}\right) = 20.87 \Rightarrow \frac{D}{R} = 4.53$$

Dalla formula del cluster-size in funzione di D/R si ha

$$m = \frac{1}{3}\left(\frac{D}{R}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad m = 6.84$$
.

Quindi con un cluster size m = 7 sono sicuramente soddisfatte le specifiche di progetto.