

Il concetto di “Onda”

Definizione generale di onda: operata una perturbazione su una qualche grandezza fisica in una regione limitata dello spazio, si dice che si ha un' **onda** quando questa perturbazione si propaga nelle altre zone dello spazio con velocità e modalità che dipendono dal mezzo e dal tipo di grandezza perturbata

Esempio: onda del mare, onda sonora, ecc.

Definizione di superficie d'onda: ogni superficie dello spazio nei punti della quale la grandezza perturbata varia “concordemente” nel tempo.

In relazione alle proprietà delle superfici d'onda le onde vengono classificate in piane, sferiche, ecc.

Onda monocromatica (sinusoidale): quando la grandezza perturbata può essere descritta in ogni punto dello spazio come funzione sinusoidale del tempo

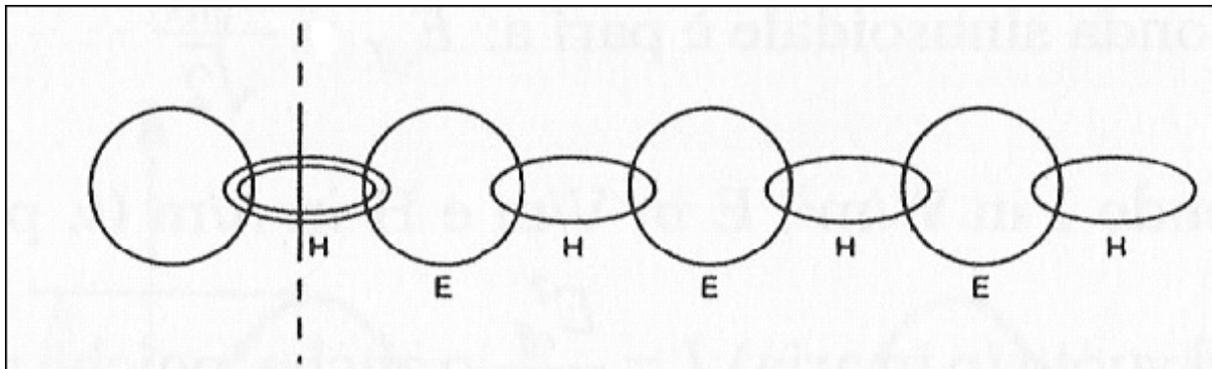
In particolare, quando la grandezza perturbata è di natura elettrica, l'onda si dice **ELETTROMAGNETICA** (Nota: necessariamente associata al moto ACCELERATO di cariche elettriche)

Onda elettromagnetica

Cariche elettriche ferme danno origine a campi elettrici e correnti elettriche (ovvero cariche in movimento) danno origine a campi magnetici.

Quando il campo elettrico ed il campo magnetico variano nel tempo, indipendentemente dalla causa che dà origine a tali variazioni, si scopre che una variazione del campo elettrico dà origine ad un campo magnetico e che, viceversa, una variazione del campo magnetico è sempre accompagnata dalla comparsa di un campo elettrico.

Date tali proprietà dei campi, Maxwell predisse l'esistenza delle onde elettromagnetiche. Queste sono costituite da una catena di campi elettrici e magnetici che si generano reciprocamente e che possono propagarsi nello spazio.

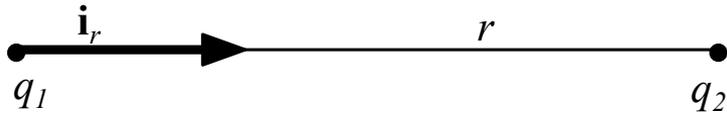


Il campo elettrico E

Il vettore campo elettrico è stato storicamente messo in evidenza a seguito della osservazione sperimentale della attrazione o repulsione tra particolari corpi dotati di **carica elettrica**

Coulomb mise in evidenza l'esistenza in elettrostatica della relazione nel vuoto tra due cariche elettriche distanti r e la forza di attrazione o repulsione tra di esse:

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{i}_r \quad \epsilon_0 \text{ costante dielettrica o permittività nel vuoto}$$



La forza ha la direzione della congiungente delle due cariche e tende ad allontanarle se sono di egual segno ad avvicinarle se di segno opposto

La regione dello spazio circostante ad una determinata carica Q come sede di un **campo** è dato da:

$$\mathbf{e}(P) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \mathbf{i}_r \quad \text{in grado di dare luogo ad una forza } F \text{ quando in } P \text{ si posiziona una carica } q$$

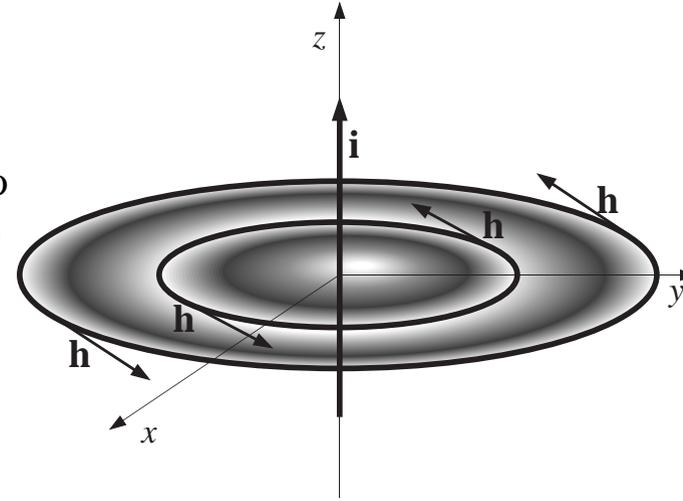
$$F = q e$$

Il campo magnetico \mathbf{H} (\mathbf{I})

La legge di Ampere introduce il concetto di campo magnetico, come vettore prodotto da un filo percorso da corrente continua. Esso ha direzione nel piano perpendicolare al filo costantemente tangente alle circonferenze che in tale piano hanno centro nell'intersezione col filo. L'ampiezza di tale campo è pari alla corrente che percorre il filo divisa per la lunghezza della circonferenza di raggio r pari alla distanza dal filo alla quale si vuole determinare il campo

$$\mathbf{h} = \frac{\mathbf{i}}{2\pi r} \mathbf{i}_\varphi$$

Con la corrente diretta secondo l'asse z il campo \mathbf{h} ha la direzione e il verso del versore \mathbf{i}_φ di un sistema di coordinate polari. Si misura in Ampere/m. La corrente i è data dal prodotto del valore del campo per la lunghezza della circonferenza. Ciò avviene perchè il campo magnetico è ivi costante e sempre diretto tangenzialmente alla circonferenza.



Andamento delle linee di forza del campo magnetico attorno ad un filo percorso da corrente

Il campo magnetico \mathbf{H} (II)

Si ottiene una generalizzazione della relazione precedente introducendo una linea qualunque che abbracci il filo sulla quale il campo magnetico possa avere direzione e modulo arbitrari:

$$I = \oint \mathbf{h} \cdot d\boldsymbol{\lambda}$$

dove si è formalmente introdotta la notazione di circuitazione di un vettore lungo una linea chiusa

\mathbf{h} si misura in A/m

Anche per \mathbf{h} si è individuato un collegamento con una forza meccanica che consente di metterne in evidenza la presenza. La legge relativa è detta legge di Lorentz e nel vuoto si esprime:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{v} \times \mu_0 \mathbf{h})$$

La nuova costante μ_0 è denominata **permeabilità magnetica** nel vuoto

Onda elettromagnetica piana (I)

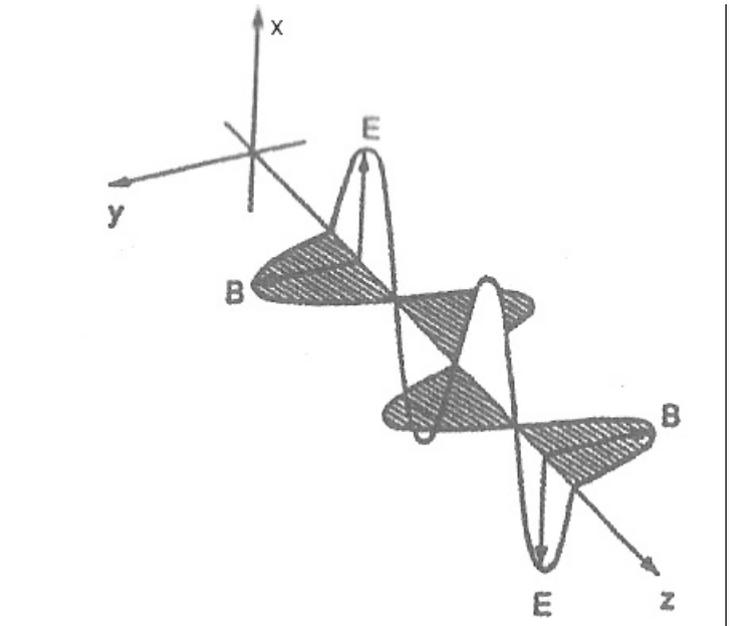
Onda piana: quando Le oscillazioni dei campi elettrici e magnetici sono sinusoidali (ad elevate distanze dalla sorgente ovvero in campo lontano) in fase fra loro e ortogonali alla direzione di propagazione

L'energia trasportata da tale onda elettromagnetica nell'unità di tempo attraverso l'unità di superficie perpendicolare alla direzione di propagazione è detta intensità (o densità di potenza) S ed è data da:

$$S = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} * E_{eff}^2$$

$$S = \frac{E_{eff}^2}{377} \quad \text{Nel vuoto}$$

$$E_{eff} = \frac{E_{max}}{\sqrt{2}}$$



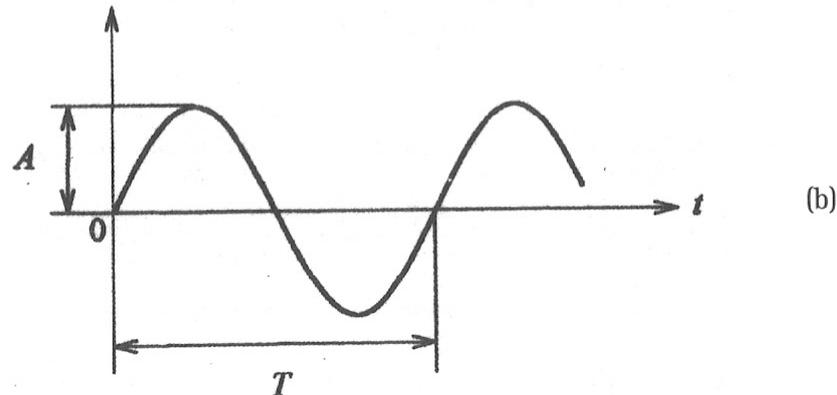
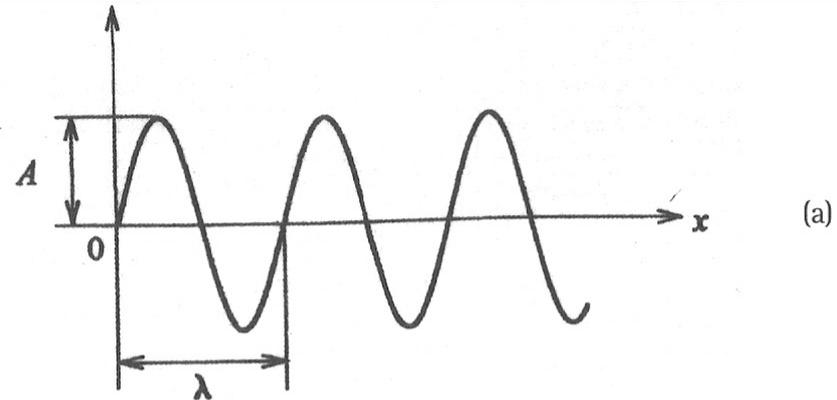
Onda elettromagnetica piana (II)

Le caratteristiche di un'onda elettromagnetica sono la lunghezza d'onda, la frequenza, e la velocità di propagazione
T tempo necessario per spostarsi di una lunghezza λ :

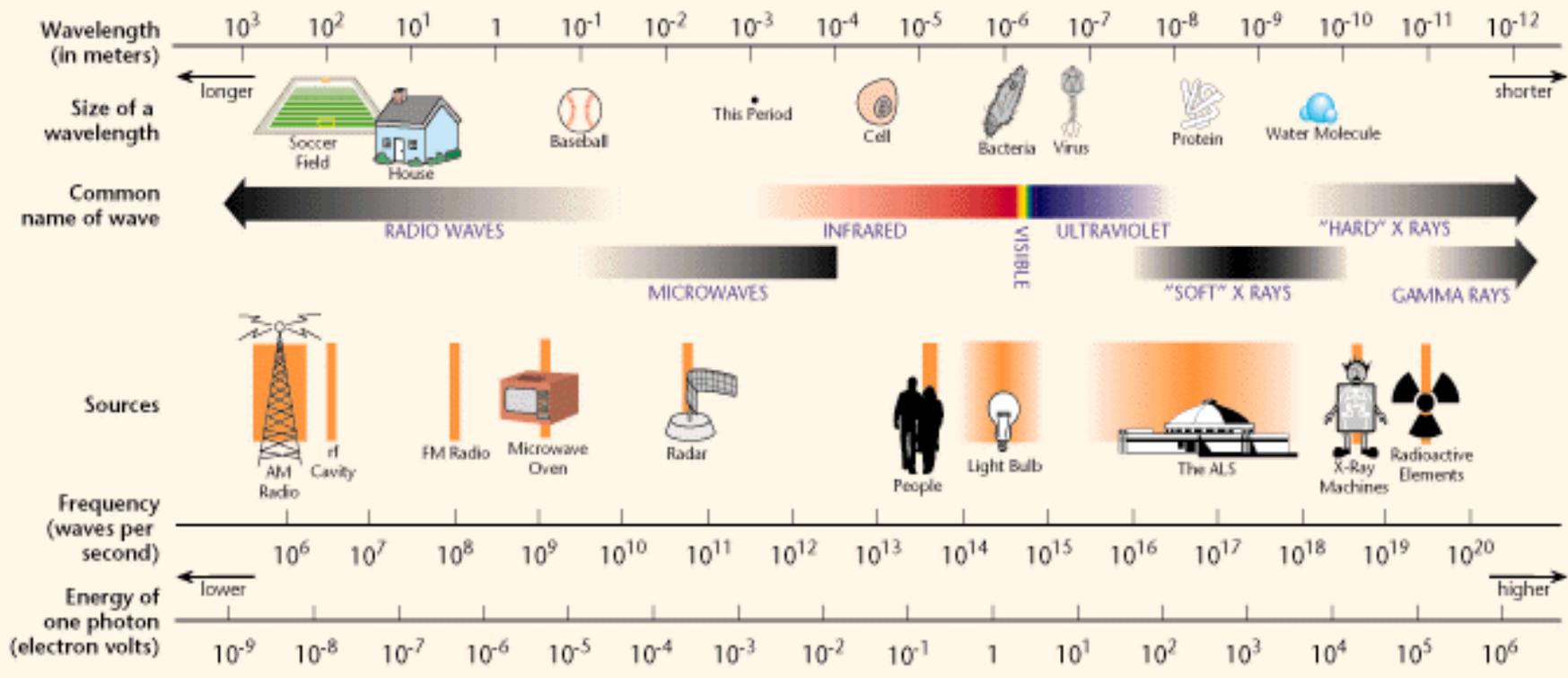
$$c = \lambda/T$$

La frequenza è pari all'inverso del periodo.

Essendo la velocità di propagazione una costante universale che, nel vuoto, è pari a circa 300.000 Km/s, le onde elettromagnetiche si differenziano per lunghezza d'onda o per la grandezza ad essa collegata, ovvero per la frequenza.



THE ELECTROMAGNETIC SPECTRUM



Lo spettro elettromagnetico

Denominazione		Sigla	Frequenze	Lunghezza d'onda
Extremely Low Frequency		ELF	0 – 3 kHz	> 100 km
Very Low Frequency		VLF	3 – 30 kHz	100 – 10 km
Radio frequency	Low Frequency	LF	30 – 300 kHz	10 – 1 km
	Medium Frequency	MF	300 Hz – 3 MHz	1 km – 100 m
	High Frequency	HF	3 – 30 MHz	100 – 10 m
	Very High Frequency	VHF	30 – 300 MHz	10 – 1 m
Micro Wave	Ultra High Frequency	UHF	300 MHz – 3 GHz	1 m – 10 cm
	Super High Frequency	SHF	3 – 30 GHz	10 – 1 cm
	Extremely High Frequency	EHF	30 – 300 GHz	1 cm – 1 mm
Infra-Red Radiation		IR	300 GHz – 385 THz	1 mm – 780 nm
Visible Light			385 – 750 THz	780 – 400 nm
Ultra- Violet Radiation		UV	750 – 3000 THz	400 – 100 nm
Ionizing Radiation		X	> 3000 THz	< 100 nm

Definizione di campo

- **Il campo elettrico E**

- Un campo elettrico è una regione di spazio dove si manifestano forze sulle cariche elettriche, dando origine, se le cariche sono libere, a delle correnti elettriche.
- Il campo elettrico si misura in Volt per metro (V/m).

- **Il campo magnetico H**

- Un campo magnetico è una regione di spazio dove si manifestano forze sui dipoli magnetici e sui conduttori percorsi da correnti elettriche. Il campo magnetico è in grado di generare correnti nei materiali conduttori perché determina in essi un campo elettrico indotto.
- Il campo magnetico si misura in Ampere per metro (A/m).

$$1 \text{ A/m} \Rightarrow 1.26 \text{ } \mu\text{T}; \quad 1 \text{ mT} \Rightarrow 0.8 \text{ A/m}$$

Il campo elettromagnetico

- Quando E ed H sono variabili nel tempo la presenza di un campo elettrico determina anche la presenza di un campo magnetico variabile e viceversa. I campi statici possono invece esistere anche in modo indipendente.
- Le variazioni nel tempo dei campi elettrici e magnetici danno luogo a variazioni nello spazio dei campi realizzando il fenomeno della **propagazione**.
- La propagazione del CEM avviene con trasporto di energia nella direzione di avanzamento dei fronti d'onda e presenta carattere ondulatorio.

Richiami teorici

- Alla base dello studio dei campi elettromagnetici, vi sono le equazioni di Maxwell

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E} &= -j\omega\mu\vec{H} & \nabla \cdot \vec{D} &= \rho \\ \nabla \times \vec{H} &= j\omega\epsilon_c\vec{E} + \vec{J}_c + \vec{J}_i & \nabla \cdot \vec{B} &= 0\end{aligned}$$

- In ogni punto dello spazio ove è presente un CEM esiste una densità di potenza trasportata dall'onda, espressa in W/m², che è data dal modulo del vettore di Poynting:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$$

Il verso e la direzione del vettore di Poynting coincidono con quelli della propagazione dell'onda.

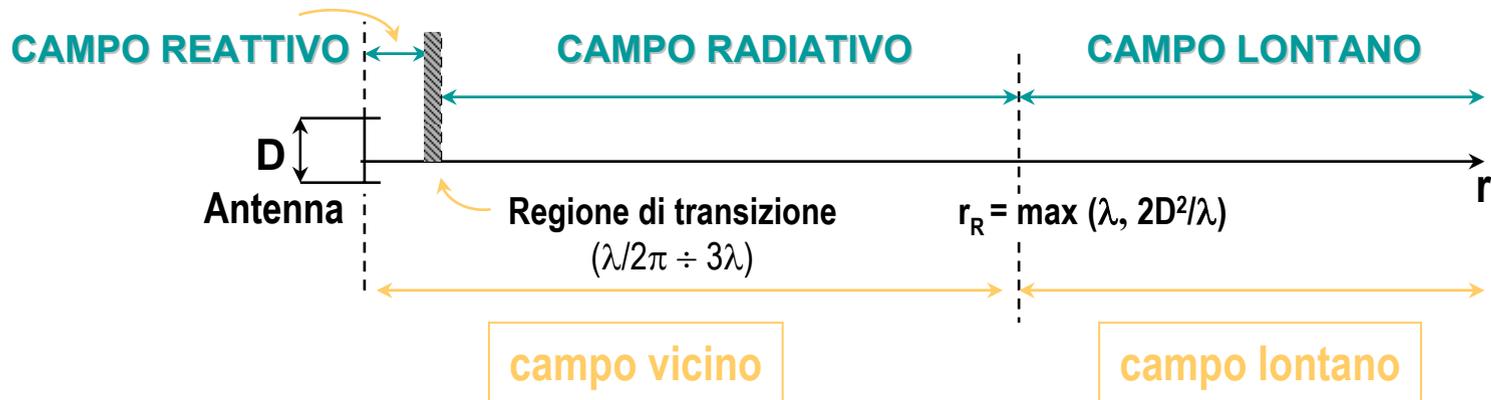
Regioni di campo (1/3)

- La distribuzione del CEM nello spazio circostante una data sorgente dipende dalle caratteristiche radioelettriche della sorgente stessa e dal punto di osservazione.
- A seconda della distanza del punto di osservazione dalla sorgente che origina il campo si individuano due diverse regioni:
 - Regione di campo vicino reattivo**
 - Regione di campo radiativo**
- La zona di campo radiativo si può dividere ulteriormente in:
 - Regione di campo vicino radiativo (zona di Fresnel)**
 - Regione di campo lontano (zona di Fraunhofer)**
- La distinzione fra le diverse regioni dipende dalle dimensioni della sorgente e dalla lunghezza d'onda.

Regioni di campo (2/3)

- La zona di campo vicino reattivo si estende dalla superficie della sorgente fino ad una **distanza di transizione** dell'ordine della lunghezza d'onda. Valori tipici vanno da $\lambda/2\pi$ a 3λ , in relazione alla lunghezza d'onda e alle dimensioni della sorgente.
- La zona di campo vicino radiativo si estende dalla distanza di transizione fino a una distanza r_R , pari al massimo tra λ e $2D^2/\lambda$. Tale distanza è detta **distanza di Rayleigh**.
Con D si è indicata la massima distanza misurabile tra due punti appartenenti alla sorgente.
- La zona di campo lontano si estende a partire dalla distanza di Rayleigh fino a distanza infinita.

Regioni di campo (3/3)



Telefonia mobile:
 $\lambda = 20 \div 40$ cm



Valutazione sperimentale
generalmente in zona di campo lontano

Impianti radio a onde
medie: $\lambda = 200 \div 600$ m



Valutazione sperimentale
generalmente in zona di campo vicino radiativo

Regione di campo vicino reattivo (1/2)

- Generalmente si estende dalla superficie della sorgente fino a distanze non superiori a λ .
- Per un **dipolo corto**, le componenti reattive predominano fino a una distanza teorica pari a $\lambda/2\pi$, alla quale componente reattiva e radiativa del campo sono uguali.
- Per **antenne estese** (di grandi dimensioni rispetto alla lunghezza d'onda) la distanza di transizione arriva fino a 3λ .
- Non esiste una correlazione definita tra campo elettrico e campo magnetico:

I campi elettrico e magnetico non sono in fase nel tempo.

Il rapporto fra le ampiezze dei campi elettrico e magnetico non è una quantità costante.

Regione di campo vicino reattivo (2/2)

- La potenza irradiata è costituita da potenza attiva e reattiva. Le componenti reattive decadono molto rapidamente con la distanza dalla sorgente.
- I fenomeni di propagazione di potenza sono molto ridotti. Tuttavia le componenti del campo possono accoppiarsi con il corpo umano, dando origine ad assorbimento di energia.
- La possibile presenza di accoppiamento fra sonda e campo complica molto le procedure di misura.

Regione di campo vicino radiativo

- Questa regione è nota come zona di Fresnel.
- In questa regione comincia a formarsi il fascio di radiazione del campo e a prendere consistenza il trasporto di potenza.
- Non si può ancora parlare di propagazione per onde piane, ma le distribuzioni di intensità e della fase variano in maniera pressoché proporzionale.
- La densità di potenza si esprime facilmente come:

$$S = \eta \left| \overset{\circ}{H} \right|^2 = \frac{\left| \overset{\circ}{E} \right|^2}{\eta} \quad \left[\frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right] \quad \eta = \frac{\left| \overset{\circ}{E} \right|}{\left| \overset{\circ}{H} \right|} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = 377 = 120 \pi \quad [\Omega]$$

Regione di campo lontano (1/2)

- Si estende da una distanza dalla sorgente pari alla distanza di campo lontano fino all'infinito. A tale distanza il radiatore può essere considerato puntiforme.
- In questa regione la propagazione avviene per onde sferiche localmente approssimabili mediante onde piane uniformi.
- Sia il campo elettrico che quello magnetico si attenuano con l'inverso della distanza dalla sorgente.
- In ogni istante i vettori campo elettrico e campo magnetico sono ortogonali fra loro e formano una terna destrorsa con la direzione di propagazione.

Regione di campo lontano (2/2)

- La potenza irradiata è costituita dalla sola potenza attiva.
- Il campo elettrico e il campo magnetico sono in fase e le ampiezze sono proporzionali.
- I campi E ed H sono legati dall'impedenza caratteristica del mezzo mediante la relazione

$$\bar{\mathbf{H}} = \frac{\hat{\mathbf{r}} \times \bar{\mathbf{E}}}{\eta} \quad \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$$

- A ciascuna antenna può essere associato il proprio **diagramma di radiazione**.

Richiami sui vettori (I)

Per rendere conto dei fenomeni della irradiazione è necessario introdurre delle grandezze vettoriali. I vettori sono grandezze compiutamente definite da una direzione dello spazio, da un verso e da un numero positivo che ne esprime l'intensità o modulo

prodotto scalare $A \cdot B = |A||B|\cos(\theta)$

L'argomento del coseno indica l'angolo tra le direzioni dei due vettori in gioco

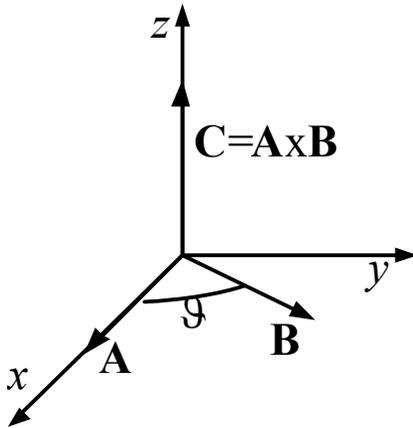
$A \cdot \mathbf{i}_x = A_x$ dove il secondo vettore del prodotto scalare è il **versore** dell'asse x, ovvero un vettore di modulo unitario con direzione e verso dell'asse x, mentre al secondo membro il simbolo a pedice indica la componente del vettore lungo il medesimo asse.

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{i}_x + A_y \mathbf{i}_y + A_z \mathbf{i}_z$$

Nel mondo meccanico forza, velocità e accelerazione sono esempi di vettori mentre nel mondo elettromagnetico lo sono il campo elettrico **E** e quello magnetico **H**

Richiami sui vettori (II)

prodotto vettoriale $C = A \times B$ determina un terzo vettore a partire da una coppia di partenza



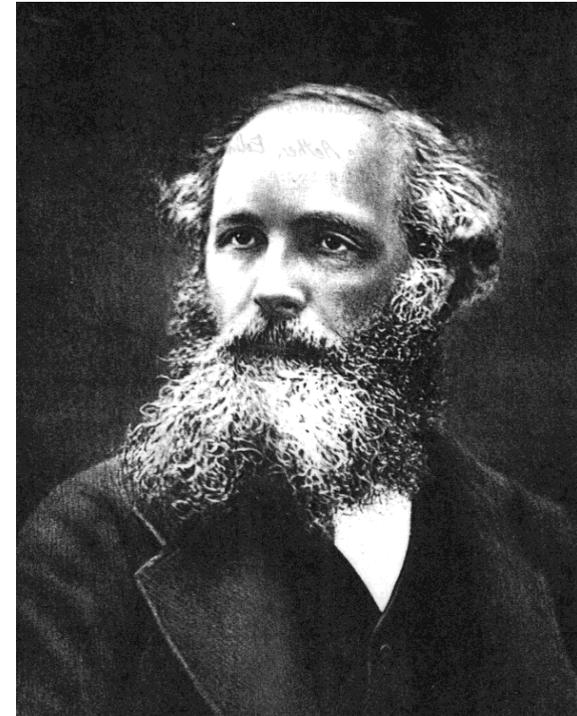
Il vettore risultante può essere così costruito:

- modulo $C =$ prodotto di A per B per il seno dell'angolo (inferiore a 180 gradi) tra la direzione orientata di A e quella di B
- la direzione di C è la perpendicolare al piano dei due vettori di partenza
- verso si può ottenere osservando la figura:
scelto il piano xy come piano di A e B , e l'asse x con direzione e verso concordi con A , sicchè questi si presenti come segmento spiccato dall'origine su x , si osservi se la rotazione di A che lo porta a coincidere con la direzione e il verso di B percorrendo l'angolo più breve è antioraria o no guardata dal semispazio delle z positive.
Nel primo caso l'orientazione di C è quella dell'asse z ; nel secondo è quella opposta

Le equazioni di Maxwell

- I fenomeni elettromagnetici sono stati studiati in tempi diversi in luoghi diversi da scienziati diversi (Ampere, Oersted, Faraday, ...)
- Tra il 1860 ed il 1870 il matematico e fisico scozzese James Clerk Maxwell ha formulato le **equazioni fondamentali dell'elettromagnetismo**:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{e}(\mathbf{P}, t) = -\mu \cdot \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{P}, t)}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{h}(\mathbf{P}, t) = \varepsilon \cdot \frac{\partial \mathbf{e}(\mathbf{P}, t)}{\partial t} + \sigma \cdot \mathbf{e}(\mathbf{P}, t) + \mathbf{j}_i(\mathbf{P}, t) \\ \nabla \cdot \mathbf{d}(\mathbf{P}, t) = \rho(\mathbf{P}, t) \\ \nabla \cdot \mathbf{b}(\mathbf{P}, t) = 0 \end{array} \right.$$



► Riassumono tutti i fenomeni e le leggi dell'elettromagnetismo

► Note le sorgenti impresse e le caratteristiche del mezzo, **la risoluzione delle equazioni di Maxwell permette di calcolare il campo elettromagnetico in ogni punto ed in ogni istante**

Funzioni sinusoidali e vettori complessi (1/2)

Definizione Una funzione vettoriale del tempo e dello spazio si dice (vettore) sinusoidale (o monocromatica) se ciascuna delle sue componenti è una funzione sinusoidale del tempo:

$$\begin{aligned}\vec{f}(P, t) &= f_x(P, t) \cdot \hat{i} + f_y(P, t) \cdot \hat{j} + f_z(P, t) \cdot \hat{k} = \\ &= A_x(P) \cdot \cos(\omega t + \phi_x(P)) \cdot \hat{i} + A_y(P) \cdot \cos(\omega t + \phi_y(P)) \cdot \hat{j} + A_z(P) \cdot \cos(\omega t + \phi_z(P)) \cdot \hat{k}\end{aligned}$$

NOTA: In ogni punto dello spazio ed in ogni istante di tempo, $\vec{f}(P, t) \in \mathfrak{R}^3$.

Fasore complesso: per ogni funzione vettoriale sinusoidale, si definisce *vettore (o fasore) complesso “rappresentativo” (o trasformata di Steinmetz)* il vettore

$$\vec{F}(P) = A_x(P) \cdot e^{j\phi_x(P)} \cdot \hat{i} + A_y(P) \cdot e^{j\phi_y(P)} \cdot \hat{j} + A_z(P) \cdot e^{j\phi_z(P)} \cdot \hat{k}$$

NOTA: In ogni punto dello spazio $\vec{F}(P) \in \mathbb{C}^3$.

Funzioni sinusoidali e vettori complessi (2/2)

Il fasore complesso è “rappresentativo” nel senso che ad una assegnata funzione sinusoidale corrisponde sempre uno ed un solo vettore complesso, e viceversa. Esiste cioè una corrispondenza biunivoca fra l’insieme delle funzioni sinusoidali e l’insieme dei vettori complessi ad esse associati. In particolare:

- Nota la funzione monocromatica, il fasore associato è immediatamente ottenibile dalla definizione
- Noto il fasore complesso, la funzione sinusoidale può essere ottenuta per mezzo della seguente relazione

$$\underline{f} = \Re \left\{ \underline{F} \cdot e^{j\omega t} \right\} = \frac{1}{2} \left(\underline{F} \cdot e^{j\omega t} + \underline{F}^* \cdot e^{-j\omega t} \right)$$

L'approssimazione monocromatica

- Nell'ambito delle TLC, non vengono mai utilizzati segnali e funzioni rigorosamente monocromatici per trasmettere informazione, perché è noto che un segnale periodico non consente il trasporto di alcuna informazione. *La modulazione, che rappresenta il processo con cui il messaggio informativo viene "aggiunto" alla portante, produce sempre segnali non periodici.*
- E' altrettanto noto, tuttavia, che il segnale modulante varia sempre molto lentamente rispetto alla portante sinusoidale di modulazione \Rightarrow i segnali modulati hanno un andamento solo leggermente diverso da quello rigorosamente sinusoidale.
- In prima approssimazione, quindi, i segnali trasmessi in un qualunque sistema di telecomunicazione possono essere considerati monocromatici, e quindi possono essere descritti per mezzo dei corrispondenti fasori complessi.
- Sotto tale ipotesi, una qualunque equazione nel dominio del tempo, può essere riscritta in forma equivalente nel dominio dei fasori, cioè in termini dei corrispondenti vettori complessi rappresentativi.

Equazioni di Maxwell nel dominio complesso

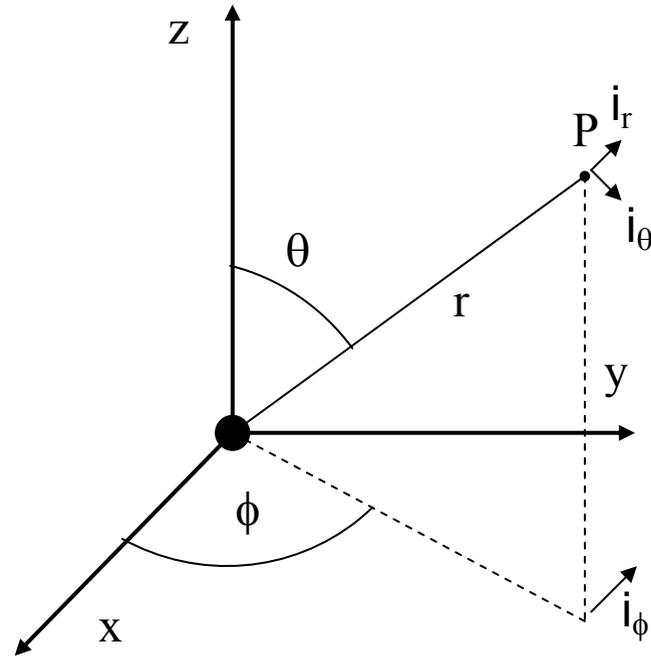
$$\begin{cases} \nabla \times \underline{\underline{E}}(P) = -j\omega\mu\underline{\underline{H}}(P) \\ \nabla \times \underline{\underline{H}}(P) = j\omega\varepsilon\underline{\underline{E}}(P) + \sigma \cdot \underline{\underline{E}}(P) + \underline{\underline{J}}_i(P) \\ \nabla \cdot \underline{\underline{D}}(P) = \rho(P) \\ \nabla \cdot \underline{\underline{B}}(P) = 0 \end{cases}$$

Quale è l'utilità di lavorare con i fasori complessi ?

1. Le grandezze vettoriali sinusoidali sono funzione di quattro variabili (x, y, z, t), mentre i fasori complessi sono funzione delle sole coordinate spaziali x, y, z. L'eliminazione della variabile t semplifica le equazioni nel dominio dei fasori e ne permette quindi una (più) facile risoluzione.
2. Si può dimostrare inoltre che:

$$\langle \underline{\underline{f}} \cdot \underline{\underline{g}} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \underline{\underline{f}} \cdot \underline{\underline{g}} dt = \Re \left\{ \frac{\underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{G}}^*}{2} \right\} \quad \langle \underline{\underline{f}} \times \underline{\underline{g}} \rangle = \Re \left\{ \frac{\underline{\underline{F}} \times \underline{\underline{G}}^*}{2} \right\}$$

Sorgente elettrica ideale puntiforme



- Definizione: $\mathbf{J}_i(\mathbf{P}) = \mathbf{M} \cdot \delta(\mathbf{P})$ con \mathbf{M} vettore complesso *costante*
- Ipotesi: $\mathbf{M} = M \cdot \hat{\mathbf{k}}$
- Posto $\gamma = \alpha + j\beta = \alpha + j \cdot 2\pi/\lambda$ (costante di propagazione)

$$\mathbf{E}(\mathbf{P}) = \left[\frac{1}{j\omega\epsilon} \cdot \frac{M}{2\pi} \cdot \left(\gamma + \frac{1}{r} \right) \cdot \frac{e^{-\gamma r}}{r^2} \cdot \cos \theta \right] \cdot \hat{\mathbf{i}}_r + \left[\frac{1}{j\omega\epsilon} \cdot \frac{M}{4\pi} \cdot \left(\gamma^2 + \frac{\gamma}{r} + \frac{1}{r^2} \right) \cdot \frac{e^{-\gamma r}}{r} \cdot \sin \theta \right] \cdot \hat{\mathbf{i}}_\theta$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{P}) = \left[\frac{M}{4\pi} \cdot \left(\gamma + \frac{1}{r} \right) \frac{e^{-\gamma r}}{r} \cdot \sin \theta \right] \cdot \hat{\mathbf{i}}_\phi$$

Sorgente estesa: momento equivalente (5/5)

$$\overset{\rho}{M}_O(\overset{\rho}{r}) = \int_{V_i} \overset{\rho}{J}_i(\overset{\rho}{w}) \cdot e^{-\sigma(|\overset{\rho}{r}-\overset{\rho}{w}|-r)} \cdot \frac{r}{|\overset{\rho}{r}-\overset{\rho}{w}|} d\overset{\rho}{w} \approx \int_{V_i} \overset{\rho}{J}_i(\overset{\rho}{w}) \cdot e^{\sigma w \cos \psi} d\overset{\rho}{w}$$

$$\left. \begin{array}{l} (1) r \gg D \\ (2) r \gg \frac{2D^2}{\lambda} \end{array} \right\} \Rightarrow \overset{\rho}{M}_O(\theta, \phi) \approx \int_{V_i} \overset{\rho}{J}_i(\overset{\rho}{w}) \cdot e^{\sigma \overset{\rho}{w} \cdot \hat{i}_r} d\overset{\rho}{w}$$

- $D = \max(w) \approx$ massima dimensione della sorgente
- Quando valgono le (1) e (2), *il momento equivalente della sorgente in P dipende solo dalla direzione (θ, ϕ) che individua il punto P e non dalla sua distanza r dall'origine del riferimento*

L'approssimazione di “campo lontano”

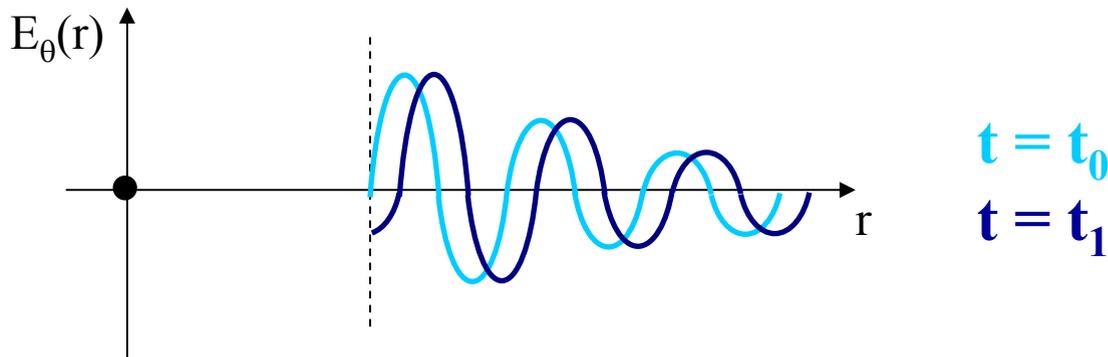
$$\underline{r \gg D} \quad \&\& \quad \underline{r \gg \lambda}$$

$$\overset{\rho}{\mathbf{E}}(\mathbf{P}) = \left[j \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \frac{M}{2\lambda} \cdot \frac{e^{-j\beta r}}{r} \cdot \sin \theta \right] \cdot \hat{\mathbf{i}}_{\theta} \quad ; \quad \overset{\rho}{\mathbf{H}}(\mathbf{P}) = \left[j \frac{M}{2\lambda} \cdot \frac{e^{-j\beta r}}{r} \cdot \sin \theta \right] \cdot \hat{\mathbf{i}}_{\phi} = \frac{\hat{\mathbf{i}}_r \times \overset{\rho}{\mathbf{E}}(\mathbf{P})}{\eta}$$

Il campo lontano rappresenta un'onda EM che si propaga in direzione radiale (onda sferica). Si parla pertanto di **campo radiativo** o **di radiazione**

$$\overset{\rho}{\mathbf{E}}(\mathbf{P}) = E_M \cdot \frac{e^{-j\beta r}}{r} \cdot \sin \theta \cdot \hat{\mathbf{i}}_{\theta} = |E_M| \cdot e^{j\text{Arg}(E_M)} \cdot \frac{e^{-j\beta r}}{r} \cdot \sin \theta \cdot \hat{\mathbf{i}}_{\theta}$$

$$\overset{\rho}{\mathbf{e}}(\mathbf{P}, t) = \Re \left\{ \overset{\rho}{\mathbf{E}}(\mathbf{P}) \cdot e^{j\omega t} \right\} = \frac{|E_M|}{r} \cdot \sin \theta \cdot \cos(\omega t - \beta r + \text{Arg}(E_M)) \cdot \hat{\mathbf{i}}_{\theta}$$



momento equivalente e campo EM generato (1/3)

★ Il momento equivalente può essere assunto come la grandezza tramite il quale caratterizzare matematicamente la sorgente ed esprimere il campo EM generato

★ campo magnetico:

$$\vec{H}^{\rho} = \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A}^{\rho} = \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \left(\frac{\mu}{4\pi} \cdot \vec{M}_O(\theta, \phi) \cdot \frac{e^{-\sigma r}}{r} \right) = \frac{1}{4\pi} \vec{\nabla} \times \left(\vec{M}_O(\theta, \phi) \cdot \frac{e^{-\sigma r}}{r} \right)$$

$$\vec{H}^{\rho} = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{e^{-\sigma r}}{r} \vec{\nabla} \times \vec{M}_O(\theta, \phi) + \vec{\nabla} \left(\frac{e^{-\sigma r}}{r} \right) \times \vec{M}_O(\theta, \phi) \right]$$

Ipotesi: $r \gg \lambda$

$$\dots \text{ calcoli } \dots \Rightarrow \vec{H}^{\rho} \approx -\frac{\sigma}{4\pi} \hat{i}_r \times \vec{M}_O(\theta, \phi) \cdot \frac{e^{-\sigma r}}{r} = -\frac{\sigma}{\mu} \hat{i}_r \times \vec{A}^{\rho}$$

momento equivalente e campo EM generato (2/3)

★ campo elettrico:

considerando punto P esterno alla sorgente ($\mathbf{J}_i(P)=0$)

$$\mathbf{E}^\rho = \frac{\rho \nabla \times \mathbf{H}}{j\omega\epsilon_c} = \frac{\nabla \times \rho \nabla \times \left(\frac{\mu}{4\pi} \cdot \frac{e^{-\sigma r}}{r} \mathbf{M}_O(\theta, \phi) \right)}{j\omega\mu\epsilon_c} = \frac{1}{4\pi} \frac{\nabla \times \rho \nabla \times \left(\frac{e^{-\sigma r}}{r} \mathbf{M}_O(\theta, \phi) \right)}{j\omega\epsilon_c}$$

Ipotesi: $r \gg \lambda$

$$\mathbf{E}^\rho = \frac{\rho \nabla \times \left(-\frac{\sigma}{\mu} \hat{\mathbf{i}}_r \times \mathbf{A} \right)}{j\omega\epsilon_c} = -\frac{\sigma}{j\omega\mu\epsilon_c} \nabla \times (\hat{\mathbf{i}}_r \times \mathbf{A})$$

..... calcoli ... $\Rightarrow \mathbf{E}^\rho \approx -\frac{j\omega\mu}{4\pi} \left[\hat{\mathbf{i}}_r \times \mathbf{M}_O(\theta, \phi) \times \hat{\mathbf{i}}_r \right] \cdot \frac{e^{-\sigma r}}{r} = -j\omega \left[\hat{\mathbf{i}}_r \times \mathbf{A} \times \hat{\mathbf{i}}_r \right]$

momento equivalente e campo EM generato (3/3)

campo elettromagnetico sostenuto nel punto (r, θ, ϕ) , con $r \gg \lambda$

$$\vec{H}^\rho(r, \theta, \phi) \approx -\frac{\sigma}{4\pi} \hat{i}_r \times \vec{M}_O^\rho(\theta, \phi) \cdot \frac{e^{-\sigma r}}{r} = -\frac{\sigma}{\mu} \hat{i}_r \times \vec{A}^\rho(r, \theta, \phi)$$

$$\vec{E}^\rho(r, \theta, \phi) \approx -\frac{j\omega\mu}{4\pi} [\hat{i}_r \times \vec{M}_O^\rho(\theta, \phi) \times \hat{i}_r] \cdot \frac{e^{-\sigma r}}{r} = -j\omega [\hat{i}_r \times \vec{A}^\rho(r, \theta, \phi) \times \hat{i}_r]$$

Mezzo senza perdite
 $\sigma = j\beta = j2\pi/\lambda$

$$\vec{H}^\rho(r, \theta, \phi) \approx -j (\hat{i}_r \times \vec{M}_O^\rho(\theta, \phi)) \cdot \frac{e^{-j\beta r}}{2\lambda r}$$

$$\vec{E}^\rho(r, \theta, \phi) \approx -j\eta [\hat{i}_r \times \vec{M}_O^\rho(\theta, \phi) \times \hat{i}_r] \cdot \frac{e^{-j\beta r}}{2\lambda r}$$

Il termine $\exp(-j\beta r)$ ci dice che si tratta di un'onda che si propaga in direzione radiale (*campo di radiazione*):

1. onda sferica FF1
2. onda TEM
3. onda non uniforme

1

a rigore non e' detto che il campo lontano sia una onda rigorosamente sferica.

Cio' e' sempre vero asintoticamente, e per distanze finite solo in casi particolari (anche se di notevole interesse pratico) - vedi Rizzoli

Franco Fuschini, 18/01/2008

L'approssimazione di “campo vicino”

$$\underline{\mathbf{D}} \ll \mathbf{r} \ll \lambda$$

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{P}) = -j\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot M \cdot \frac{\lambda}{4\pi \cdot r^3} \cos \theta \cdot \hat{\mathbf{i}}_r - j\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot M \cdot \frac{\lambda}{8\pi^2 \cdot r^3} \sin \theta \cdot \hat{\mathbf{i}}_\theta \\ \hat{\mathbf{H}}(\mathbf{P}) = \frac{M}{4\pi \cdot r^2} \cdot \sin \theta \cdot \hat{\mathbf{i}}_\phi \end{cases}$$

Data la mancanza del termine esponenziale, il campo vicino **NON** rappresenta un'onda EM, e quindi ad esso non è associata alcuna propagazione.

In prima approssimazione, si può pensare che il campo vicino coincida con il *campo statico*.

Riepilogo **fondamentale**

1 Zona o regione di **campo lontano**
(o di radiazione o di Fraunhofer)

$$r \gg \lambda$$

$$r \gg D$$

$$r \gg \frac{2D^2}{\lambda}$$

2

$$\mathbf{M}_O^\rho(\theta, \phi) \approx \int_{V_i} \mathbf{J}_i(\mathbf{w}^\rho) \cdot e^{\sigma \mathbf{w}^\rho \cdot \hat{\mathbf{i}}_r} d\mathbf{w}^\rho$$

Momento Equivalente
della sorgente in direzione
(θ, ϕ) e rispetto al
riferimento centrato in O

3

$$\mathbf{H}(r, \theta, \phi) \approx -j \left(\hat{\mathbf{i}}_r \times \mathbf{M}_O^\rho(\theta, \phi) \right) \cdot \frac{e^{-j\beta r}}{2\lambda r}$$

Campo EM irradiato
in (r, θ, ϕ) - mezzo senza perdite
(onda sferica TEM non
uniforme localmente piana)

$$\mathbf{E}(r, \theta, \phi) \approx -j\eta \left[\hat{\mathbf{i}}_r \times \mathbf{M}_O^\rho(\theta, \phi) \times \hat{\mathbf{i}}_r \right] \cdot \frac{e^{-j\beta r}}{2\lambda r}$$

Campo irradiato da una sorgente generica

- ★ L'espressione esatta del campo irradiato da una sorgente dipende di volta in volta dalle caratteristiche della sorgente: forma, dimensioni, alimentazione, ecc.
- ★ Il campo complessivo irradiato da una sorgente estesa può sempre essere scomposto nella somma di un campo “vicino” e di un “campo di radiazione”. Il campo di radiazione rappresenta sempre un'onda EM che come tale si propaga.
- ★ In condizioni di campo lontano, il campo complessivo irradiato può essere approssimato con il solo campo di radiazione.
- ★ In condizioni di campo lontano una qualunque sorgente può essere considerata qualitativamente puntiforme: *il campo di radiazione si propaga come onda sferica TEM uniforme*

Campo sostenuto da una sorgente generica

• Campo complessivo sostenuto dato dalla sovrapposizione fra un “campo lontano” (o di radiazione, che si propaga come onda EM) ed un “campo vicino” (che NON è un’onda EM);

• In condizioni di campo lontano, il campo totale può essere approssimato con il solo campo di radiazione;

• Le antenne vengono normalmente utilizzate per comunicazioni basate sulla rice-trasmissione di onde EM \Rightarrow

- ciò che interessa è il campo di radiazione (che costituisce l’onda)
- le antenne lavorano usualmente in regione di campo lontano

• **Data una antenna la sua caratterizzazione analitica passa formalmente attraverso i seguenti passi:**

- 1. descrizione delle densità di corrente impresse per mezzo di una opportuna espressione matematica^(*)**
- 2. calcolo del momento equivalente**
- 3. calcolo del campo lontano irradiato**

^(*) non sempre è possibile individuare una descrizione analitica della sorgente a contempo realistica e sufficientemente semplice per consentire il calcolo del momento equivalente. Occorre in tal caso affidarsi alla simulazione numerica e/o alle misure.

Campo irradiato da sorgenti **elettriche e magnetiche**

Momento equivalente elettrico
(campo lontano)

$$\overset{\rho}{M}_O(\theta, \phi) \approx \int_{V_i} \overset{\rho}{J}_i(\overset{\rho}{w}) \cdot e^{\sigma \overset{\rho}{w} \cdot \hat{i}_r} d\overset{\rho}{w}$$

Momento equivalente magnetico
(campo lontano)

$$\overset{\rho}{N}_O(\theta, \phi) \approx \int_{V_i} \overset{\rho}{J}_{Mi}(\overset{\rho}{w}) \cdot e^{\sigma \overset{\rho}{w} \cdot \hat{i}_r} d\overset{\rho}{w}$$

Campo di radiazione (mezzo senza perdite)

$$\overset{\rho}{E}(r, \theta, \phi) \approx -j \frac{e^{-j\beta r}}{2\lambda r} \cdot \left[\eta \cdot \hat{i}_r \times \overset{\rho}{M}_O(\theta, \phi) \times \hat{i}_r + \overset{\rho}{N}_O(\theta, \phi) \times \hat{i}_r \right]$$

$$\overset{\rho}{H}(r, \theta, \phi) \approx -j \frac{e^{-j\beta r}}{2\lambda r} \cdot \left[\hat{i}_r \times \overset{\rho}{M}_O(\theta, \phi) + \frac{1}{\eta} \cdot \hat{i}_r \times \overset{\rho}{N}_O(\theta, \phi) \times \hat{i}_r \right]$$

Polarizzazione di un campo sinusoidale (1/3)

- Sia $\underline{e}(P, t)$ il generico campo sinusoidale:

$$\underline{e} = E_x \cdot \cos(\omega t + \phi_x) \cdot \hat{i} + E_y \cdot \cos(\omega t + \phi_y) \cdot \hat{j} + E_z \cdot \cos(\omega t + \phi_z) \cdot \hat{k}$$

- Posto

$$\underline{E}_r = E_x \cos \phi_x \cdot \hat{i} + E_y \cos \phi_y \cdot \hat{j} + E_z \cos \phi_z \cdot \hat{k}$$

$$\underline{E}_i = E_x \sin \phi_x \cdot \hat{i} + E_y \sin \phi_y \cdot \hat{j} + E_z \sin \phi_z \cdot \hat{k}$$

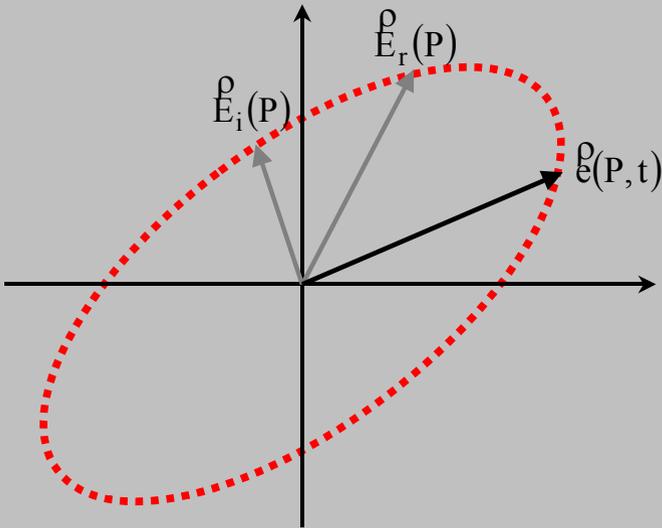
$$\underline{e} = \underline{E}_r \cdot \cos \omega t - \underline{E}_i \cdot \sin \omega t$$

- I pedici “r” ed “i” sottolineano che i vettori reali $\underline{E}_r(P), \underline{E}_i(P)$ rappresentano rispettivamente la parte reale ed immaginaria del fasore complesso $\underline{E}(P)$ associato al vettore sinusoidale $\underline{e}(P, t)$:

$$\underline{E} = \underline{E}_r + j\underline{E}_i$$

Polarizzazione di un campo sinusoidale (2/3)

$$\vec{e} = \vec{E}_r \cdot \cos \omega t - \vec{E}_i \cdot \sin \omega t$$



- In ogni punto il vettore sinusoidale $\vec{e}(P, t)$ varia nel tempo, ma appartiene sempre al piano geometrico individuato dai vettori $\vec{E}_r(P), \vec{E}_i(P)$

Si può dimostrare che in tale piano l'estremità del vettore descrive una ellisse (*polarizzazione ellittica*)

- In casi particolari l'ellisse si riduce ad un cerchio (*polarizzazione circolare*) o ad un segmento (*polarizzazione lineare o rettilinea*):
 - circolare: $\vec{E}_r(P), \vec{E}_i(P)$ perpendicolari fra loro ed uguali in modulo
 - lineare: $\vec{E}_r(P), \vec{E}_i(P)$ paralleli, oppure uno dei due è nullo

Polarizzazione di un campo sinusoidale (3/3)

Si consideri nel generico punto P una terna sinistrorsa (x,y,z) avente il piano xy coincidente con il piano individuato dai vettori $\vec{E}_r(P), \vec{E}_i(P)$

La polarizzazione in P può quindi essere determinata in accordo alla seguente tabella

	DESTROSA (antioraria)	SINISTRORSA (oraria)
POL. LINEARE	$\vec{E}_r \times \vec{E}_i \cdot \hat{k} = 0$	
POL. ELLITTICA	$\vec{E}_r \perp \vec{E}_i$ oppure $ \vec{E}_r \neq \vec{E}_i $ $\vec{E}_r \times \vec{E}_i \cdot \hat{k} < 0$	$\vec{E}_r \perp \vec{E}_i$ oppure $ \vec{E}_r \neq \vec{E}_i $ $\vec{E}_r \times \vec{E}_i \cdot \hat{k} > 0$
POL. CIRCOLARE	$\vec{E}_r \perp \vec{E}_i$ e $ \vec{E}_r = \vec{E}_i $ $\vec{E}_r \times \vec{E}_i \cdot \hat{k} < 0$	$\vec{E}_r \perp \vec{E}_i$ e $ \vec{E}_r = \vec{E}_i $ $\vec{E}_r \times \vec{E}_i \cdot \hat{k} > 0$

Polarizzazione di un campo sinusoidale (4)

I vettori $\vec{E}_r(P)$, $\vec{E}_i(P)$ sono strettamente legati al modo in cui varia nel tempo la direzione del campo elettrico (e quindi del campo magnetico, di conseguenza). Questo viene indicato come **POLARIZZAZIONE** dell'onda ed è molto importante ad esempio per le tecniche di **Remote Sensing**

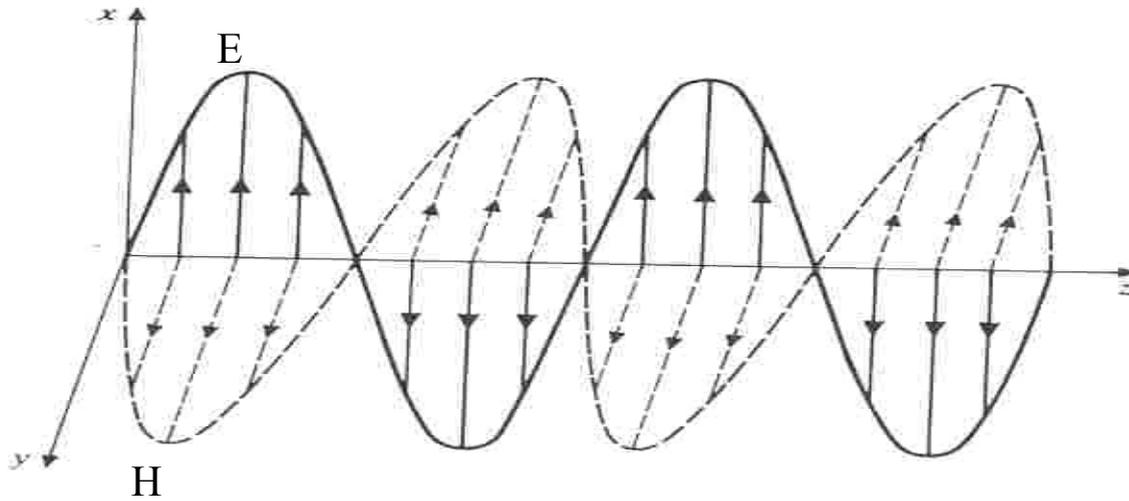
ATTENUAZIONE DI POLARIZZAZIONE: serve a tenere conto della differenza fra le polarizzazioni dei campi che sarebbero generati in emissione singolarmente dalle due antenne di un collegamento radio.

$$A_p = \left[\frac{|\mathbf{E}_{tx} \cdot \mathbf{E}_{rx}|}{(|\mathbf{E}_{tx}| |\mathbf{E}_{rx}|)} \right]^{-2} \Rightarrow A_p = \left[\frac{(|\mathbf{E}_{tx}| |\mathbf{E}_{rx}|)}{|\mathbf{E}_{tx} \cdot \mathbf{E}_{rx}|} \right]^2$$

Vale sempre $A_p \geq 1$, e il segno di uguaglianza si ha nel caso in cui i campi E_r ed E_t abbiano le stesse proprietà di polarizzazione. Per vettori E_r e E_t ortogonali le polarizzazioni sono dette **INCROCIATE**.

A due segnali con polarizzazione incrociata possono essere affidate informazioni diverse ciascuna delle quali può essere ricevuta in modo indipendente da antenne sensibili solo a una delle due polarizzazioni. Il fatto di disporre di antenne che rispondono ad un solo tipo di polarizzazione è piuttosto comune anche nelle applicazioni di **TELERILEVAMENTO**

Polarizzazione rettilinea



Polarizzazione circolare

