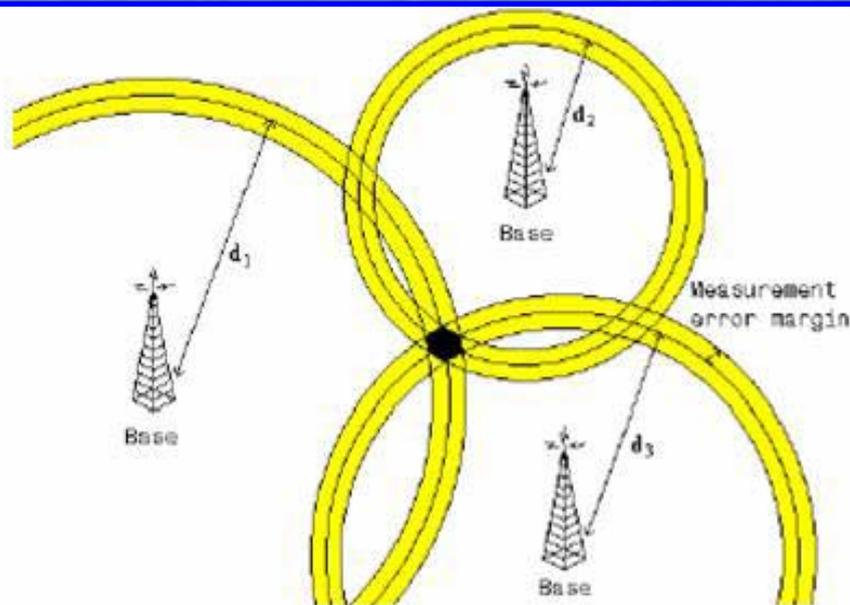
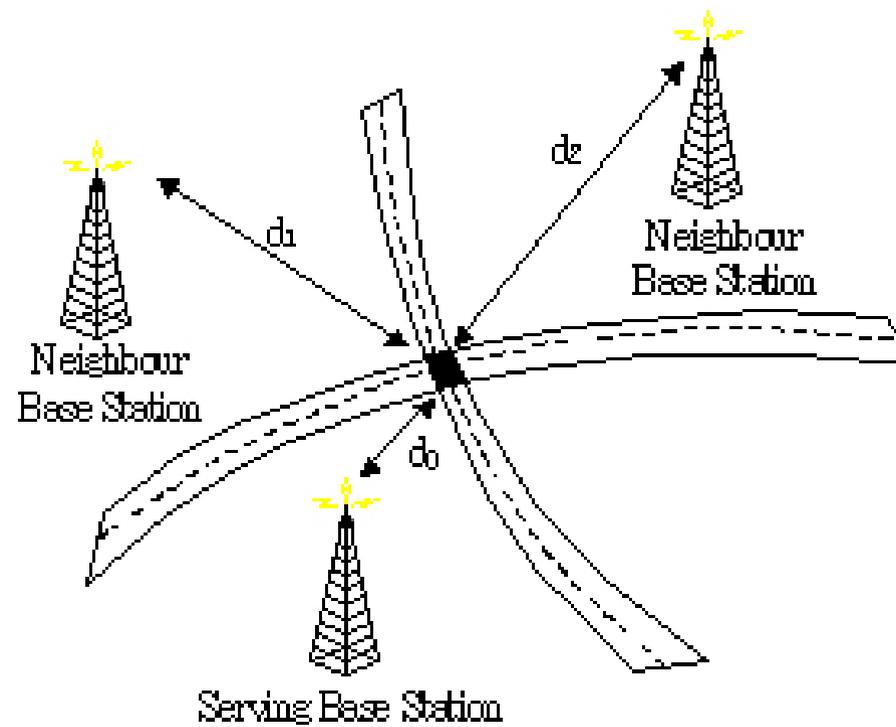


Sistemi di localizzazione



Aspetti generali e metodi

Aspetti generali (I)

- **Introduzione**
 - **Realizzare un sistema di radiolocalizzazione (positioning) su rete cellulare non è un compito banale**
 - **modifiche HW e/o SW alla rete e/o ai terminali mobili**
 - **l'esigenza di nuove prestazioni e la riduzione dei costi per gli operatori portano a preferire soluzioni basate esclusivamente sulle reti radiomobili rispetto a soluzioni basate (anche) su GPS**
 - **i diversi servizi location-based richiedono precisioni molto variabili**
 - **Motivazioni**
 - **Stati Uniti: legislazione E911: Emergency calls (FCC)**
 - **Previsioni economiche notevoli sui ricavi dai LBS**

Aspetti generali (II)

- **Specifiche FCC (Federal Communications Commission)**

Errore di localizzazione: $e_p = |P_p - P_{reale}|$

Specifica FCC (2001): $\text{Prob}\{e_p < 125 \text{ m}\} = 0.67$

In futuro: $\text{Prob}\{e_p < 13 \text{ m}\} = 0.67$

Aspetti generali (III)

- **Ipotesi fondamentali**
 - **Descrizione in 2D dell'ambiente di propagazione**
 - **generalmente si assume verificata la condizione LOS**
 - **Punti di riferimento in posizioni note**
 - **Satelliti del sistema GPS**
 - **Stazioni Base (BS) di una rete cellulare**
 - **Visibilità radio dei punti di riferimento**
 - **numero minimo secondo la tecnica impiegata**
 - **Tipi di misure per il positioning**
 - **misure temporali**
 - **misure di potenza**
 - **misure della direzione di arrivo**
 - **misure delle caratteristiche dei cammini multipli ricevuti**

Definizioni fondamentali

Innanzitutto occorre un sistema di riferimento:

Es:

Sistema Universale Trasverso di Mercatore (UTM)

(proiez. su un cilindro di asse perpendicolare a quello di rotazione della terra. E' conforme, coord. in m)

Proiezione conica conforme di Lambert

(su un cono con asse || all'asse terrestre)

Sistema dei meridiani e paralleli

(il piu' rigoroso ma scomodo. Inoltre dipende dalla scelta del *geoide*)

Inoltre:

G.I.S. Geographic Information Systems

Definizioni fondamentali (ETSI)

Location-Based Services (LBS) (*servizi*)

Servizi che sfruttano l'informazione di posizione dell'utente

Location Services (LCS) (*metodi e tecnologie*)

Insieme degli elementi di rete necessari per determinare la posizione; funzionalità degli elementi, interfacce e messaggi di comunicazione

- **Metodo (o Tecnica) di localizzazione**

- algoritmo su cui si basa la stima di posizione
- è tipicamente *system-independent*

- **Tecnologia di localizzazione**

- Definisce la realizzazione dell'algoritmo prescelto (tecnica usata, specifiche interfacce a RF, tipi di dati,...)
- dipende dal particolare sistema (*system dependent*)

Servizi Location-Based (LBS)

- **Applicazioni governative**
 - chiamate d'emergenza (118, ecc.)
 - sorveglianza elettronica (detenuti agli arresti domiciliari, ecc.)
- **Applicazioni per gli operatori radiomobili**
 - Location based billing (tariffazione differenziata)
 - Network/RF optimisation
 - gestione/controllo di frodi
- **Applicazioni commerciali (servizi a valore aggiunto)**
 - **Applicazioni consumer (per il consumatore/utente generico)**
 - informazioni sul traffico, navigazione
 - soccorso stradale
 - servizi informativi (elenchi telefonici, "pagine gialle", ecc.)
 - sicurezza per la famiglia e per lavoratori in luoghi isolati
 - Asset tracking
 - **Applicazioni business (per l'azienda)**
 - gestione di beni, flotte, dipendenti, agenti di commercio, ecc.
 - servizi di emergenza per lavoratori sul campo

Specifiche di alto livello¹

- **I meccanismi di supporto devono basarsi su componenti modulari con interfacce aperte per facilitare l'interoperabilità degli apparati e l'evoluzione dei servizi offerti**
- **La rete deve essere flessibile per accomodare servizi e specifiche in evoluzione**
- **Si devono poter supportare livelli multipli di confidenzialità dell'informazione per adeguarsi ai regolamenti locali, nazionali e regionali**
- **Le varie reti di accesso devono poter supportare diversi metodi di localizzazione**
- **Il processo di localizzazione deve poter combinare tecniche differenti ed altre conoscenze localmente disponibili per soddisfare le specifiche sulla QoS**
- **Dev'essere possibile fornire informazioni sulla posizione ad applicazioni residenti nella PLMN, in reti esterne alla PLMN o nel terminale mobile**
- **Occorre poter supportare le reti basate su architettura di rete intelligente**

¹ ETSI TS 122 071 V4.3.0 (2001-03) "Digital cellular telecommunications system (Phase 2+) (GSM); Universal Mobile Telecommunications System (UMTS); Location Services (LCS); Service description,

Classificazione dei metodi di Localizzazione (I)

gli algoritmi di localizzazione richiedono la misura di una (o piu') grandezze (*location parameters*), il cui valore sia in qualche modo legato alla posizione del mobile.

E' possibile una prima classificazione: se le misure dei location parameters e la stima di posizione vengono effettuate dal mobile si parla di sistemi **self-positioning (o handset based)**; se invece misura dei parametri e stima di posizione vengono effettuate da una o piu' stazioni fisse (FSs) si parla di sistemi **remote-positioning (o network based)**.

Esistono anche **soluzioni ibride**, di tipo **handset based/network assisted**, in cui la rete aiuta il mobile nel processo di localizzazione, inviandogli segnali ausiliari, coordinate dei punti di riferimento, offset temporali nei tempi di trasmissione delle stazioni base coinvolte, o di tipo **network based/handset assisted**, in cui il mobile effettua le misure e le invia alla rete che provvede al calcolo della posizione

tutte le soluzioni handset based richiedono in generale modifiche hardware/software dei terminali mobili, il che puo' rappresentare uno svantaggio, soprattutto iniziale, obbligando tutti gli utenti ad un aggiornamento

Classificazione dei metodi di Localizzazione (II)

I metodi di localizzazione sono usualmente suddivisi in 3 macro categorie:

1. **Dead-reckoning Systems**: a partire da una posizione iniziale nota, il mobile per mezzo di opportuni sensori calcola periodicamente velocità e direzione di spostamento, potendo così calcolare la posizione via via occupata;
2. **Proximity Systems**: determinano periodicamente qual è la Stazione di Riferimento (RS) più vicina al mobile, e tale informazione è sufficiente per stimarne la posizione (si considera ad esempio la posizione stessa della RS oppure un'area circoscritta attorno ad essa); è necessario che le RS siano opportunamente "fitte" per limitare l'errore di localizzazione.
3. **Radiolocation Systems**: si basano sulla misura di segnali radio fra la MS e un certo numero di RS (terrestri o satellitari): a partire dai valori misurati, opportunamente elaborati, viene stimata la posizione del terminale mobile.

Radiolocation systems (I)

- Si basano sulla misura di segnali radio fra la MS e un certo numero di prefissate FSs. In particolare, per ogni link MS-FS si misura il location parameter prescelto; il valore misurato consente di individuare una curva nel piano (*line of position*) sulla quale puo' trovarsi il mobile rispetto alla FS considerata. L'intersezione delle varie lines of position relative alle diverse coppie MS-FS consente di individuare la posizione del mobile (entro i limiti dovuti agli errori sulle misure, ovviamente).
- I sistemi cellulari possono essere considerati Radiolocation Systems, in cui le stazioni base vengono ovviamente utilizzate come stazioni fisse di riferimento
- A seconda di qual e' il location parameter misurato, si distinguono 3 metodi principali di radiolocalizzazione:
 - **Signal strength methods**
 - **Angle of Arrival (AoA) methods (Direction Finding)**
 - **Time Based Methods (ToA / TdoA)**

Radiolocation systems (II)

■ **Metodi:**

- 1- Cell ID based
- 2 - Signal strength based
- 3 - AOA(/DOA/DF) (Angle Of Arrival/Direction Of Arrival/Direction Finding)
- 4 - TOA (Time Of Arrival)
- 5 - TDOA (Time Difference Of Arrival)
- 6- Tecniche proprietarie (es. Multipath analysis - analisi del profilo dei cammini multipli)
- 7 - Tecniche ibride (una combinazione fra due o più delle precedenti)

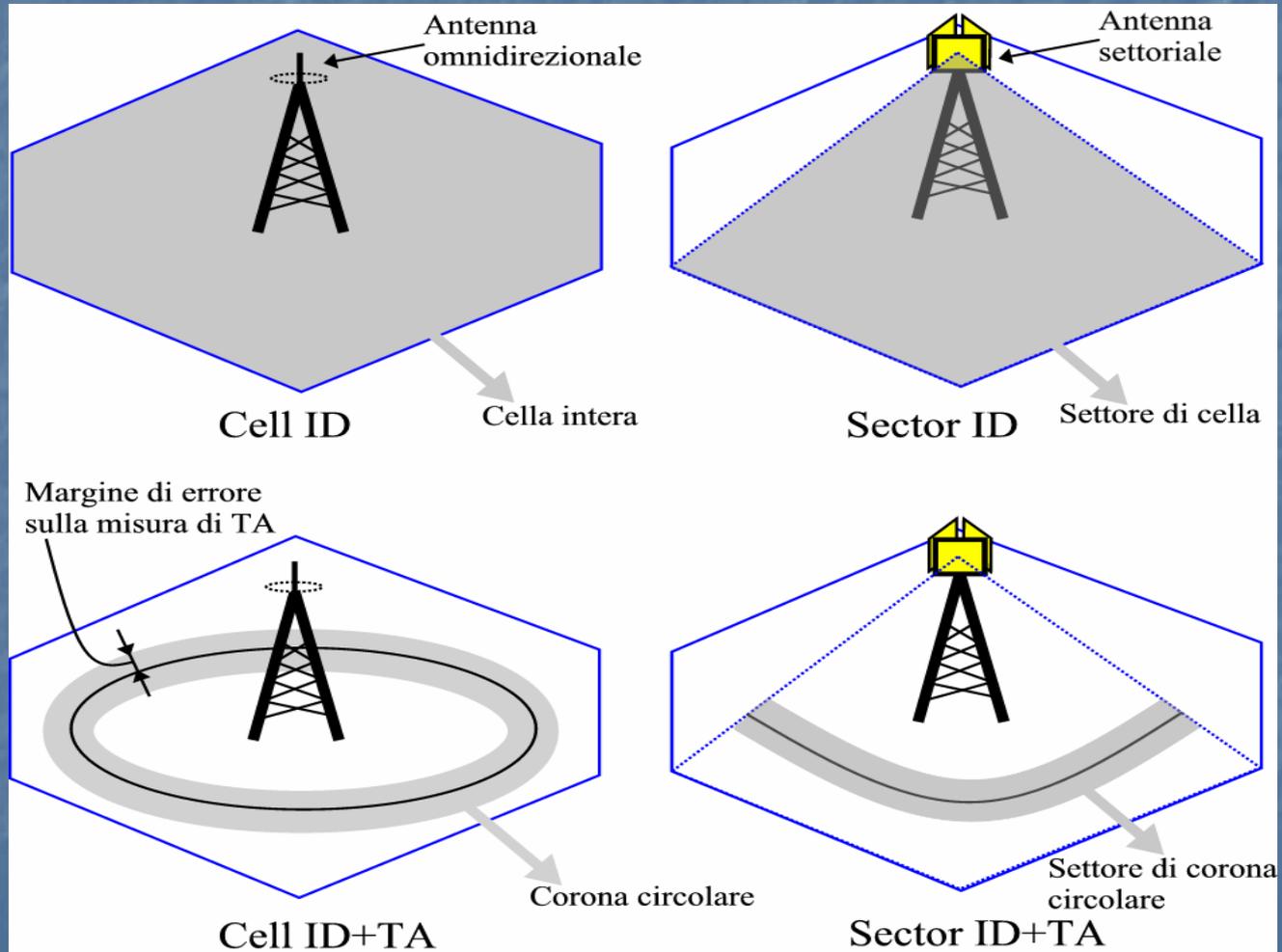
■ **Versioni di un generico metodo:**

- Uplink: sono unità di rete dedicate (LMU per GSM e UMTS) ad effettuare le misure su segnali di Uplink (collegamento MS->BS)
- Downlink: è il mobile ad effettuare le misure su segnali di Downlink (collegamento BS->MS)

Cell ID based (I)

- **Cell/Sector Identity:**
 - **Utilizzo del solo identificativo di cella servente**
- **Enhanced Cell ID:**
 - **Utilizzo di informazioni ausiliarie già disponibili in rete, per esempio:**
 - **Cell ID+TA (GSM)**
TA=Timing Advance
 - **Cell ID+RTT(UMTS) RTT=Round Trip Time**
- **Non si può parlare di versioni di Uplink/Downlink**

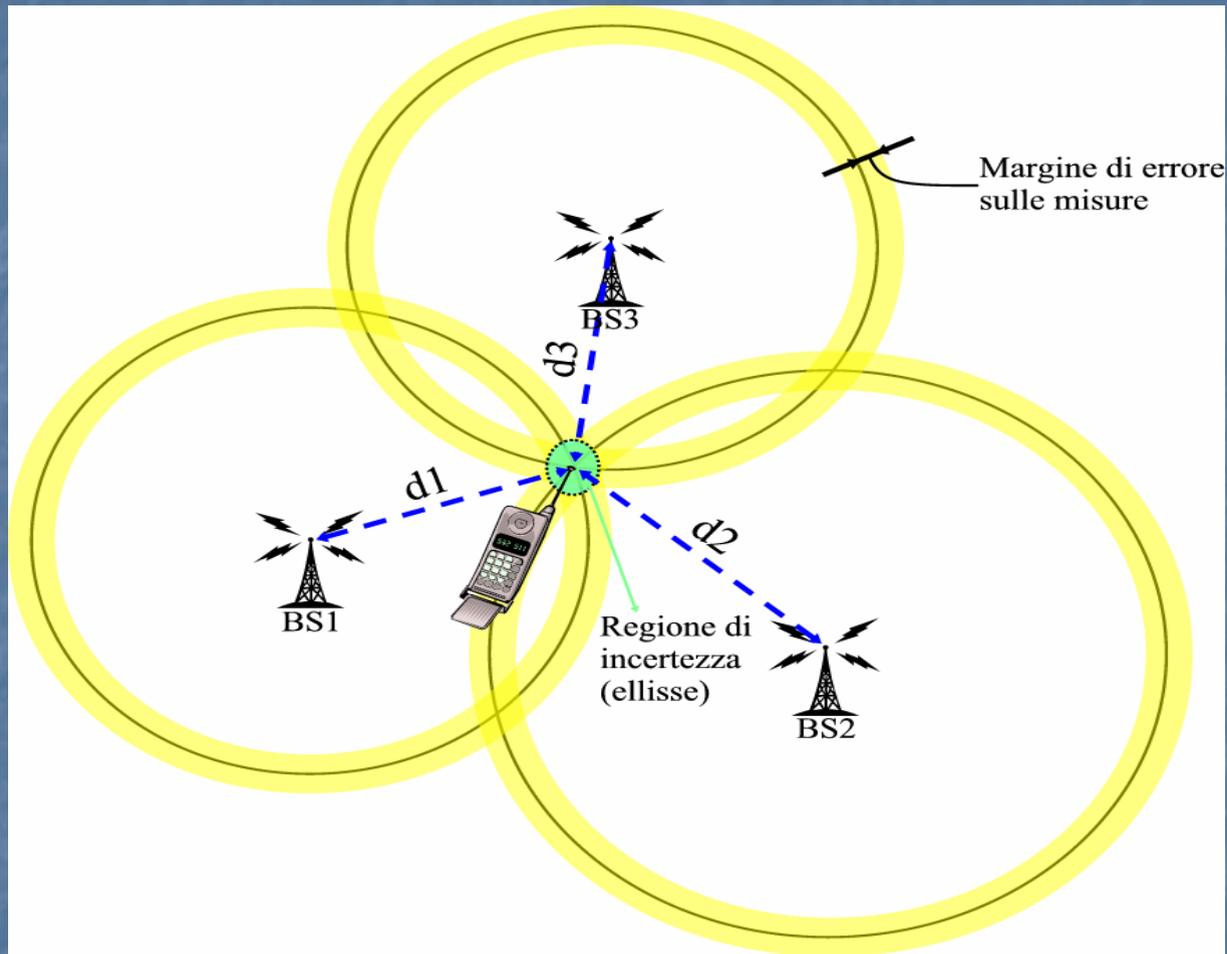
Cell ID based (II)



Signal Strength based (I)

- Utilizza un modello matematico che descrive l'andamento dell'attenuazione con la distanza: nota la potenza trasmessa e misurata quella ricevuta, si calcola l'attenuazione. Considerata una opportuna legge di attenuazione $L(d)$ funzione della distanza, si calcola quindi la distanza MS-BS (lines of position sono perciò cfr)
- La misura di potenza fornisce una stima di distanza fra MS e BS: il mobile giace sulla circonferenza di raggio pari alla distanza stimata centrata nella BS
- Se sono disponibili misure di potenza associate ad almeno 3 BS è possibile fare la triangolazione
- In presenza di shadowing e/o fading rapido (multipath) il valore di attenuazione misurato NON dipende in realtà solo dalla distanza, che viene quindi in tal caso sovrastimata; ciò determina ovviamente un errore nella localizzazione.
- Nei sistemi CDMA a causa del power control è più difficile conoscere con precisione il valore della potenza trasmessa.

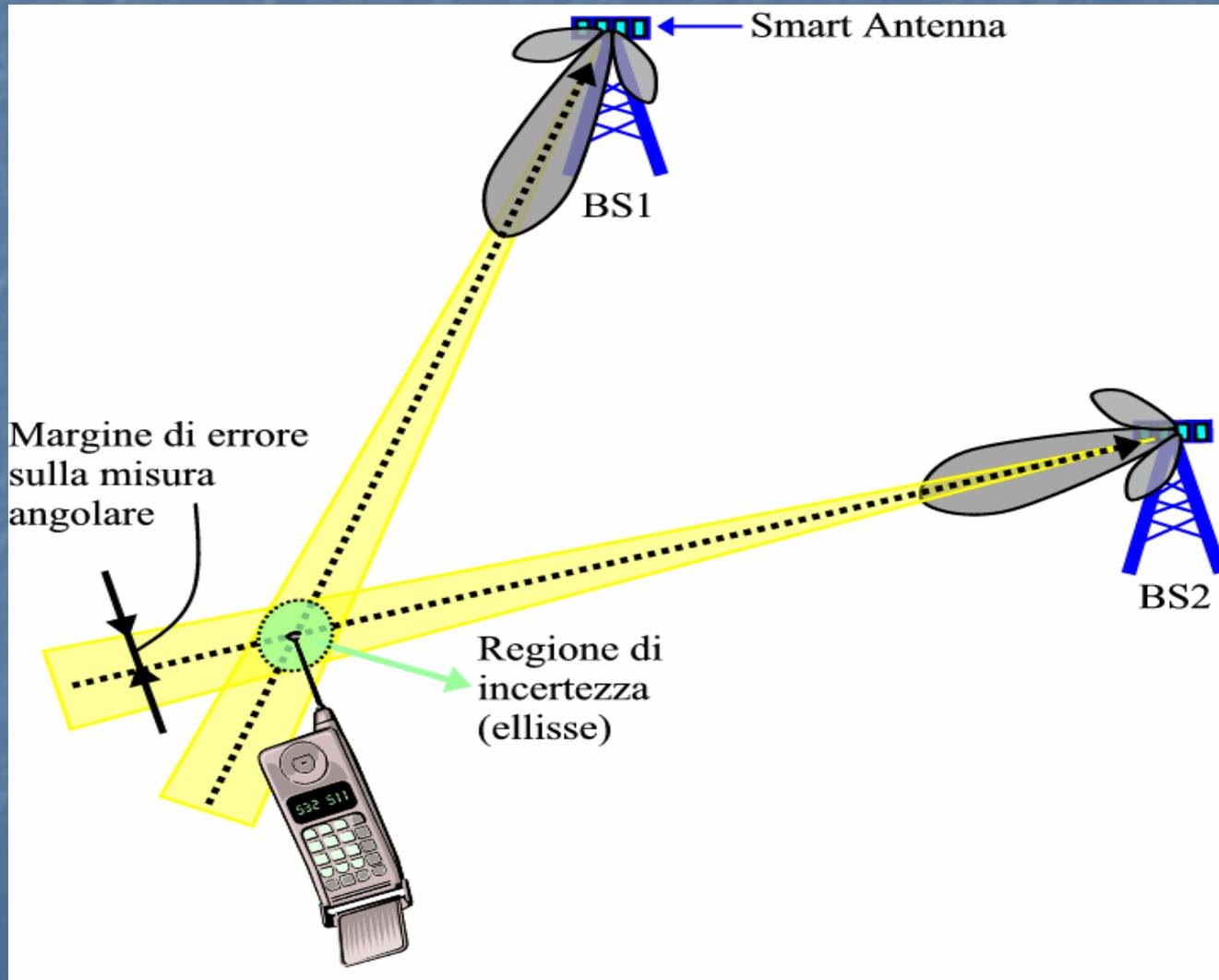
Signal Strength based (II)



AOA(/DOA/DF) (I)

- **Richiede la presenza di “smart antennas”**
 - **La BS stima la direzione di arrivo del segnale incidente trasmesso dalla MS (lines of position sono rette)**
 - **Il mobile giace quindi su una semiretta con origine nella BS, orientata secondo la direzione stimata**
 - **Se sono disponibili misure di angolo da almeno 2 BS è possibile fare la triangolazione**
- **Esiste la solo versione Uplink (metodo solo network based): in pratica le smart antennas si possono installare solamente sulle stazioni base**

AOA(/DOA/DF) (II)



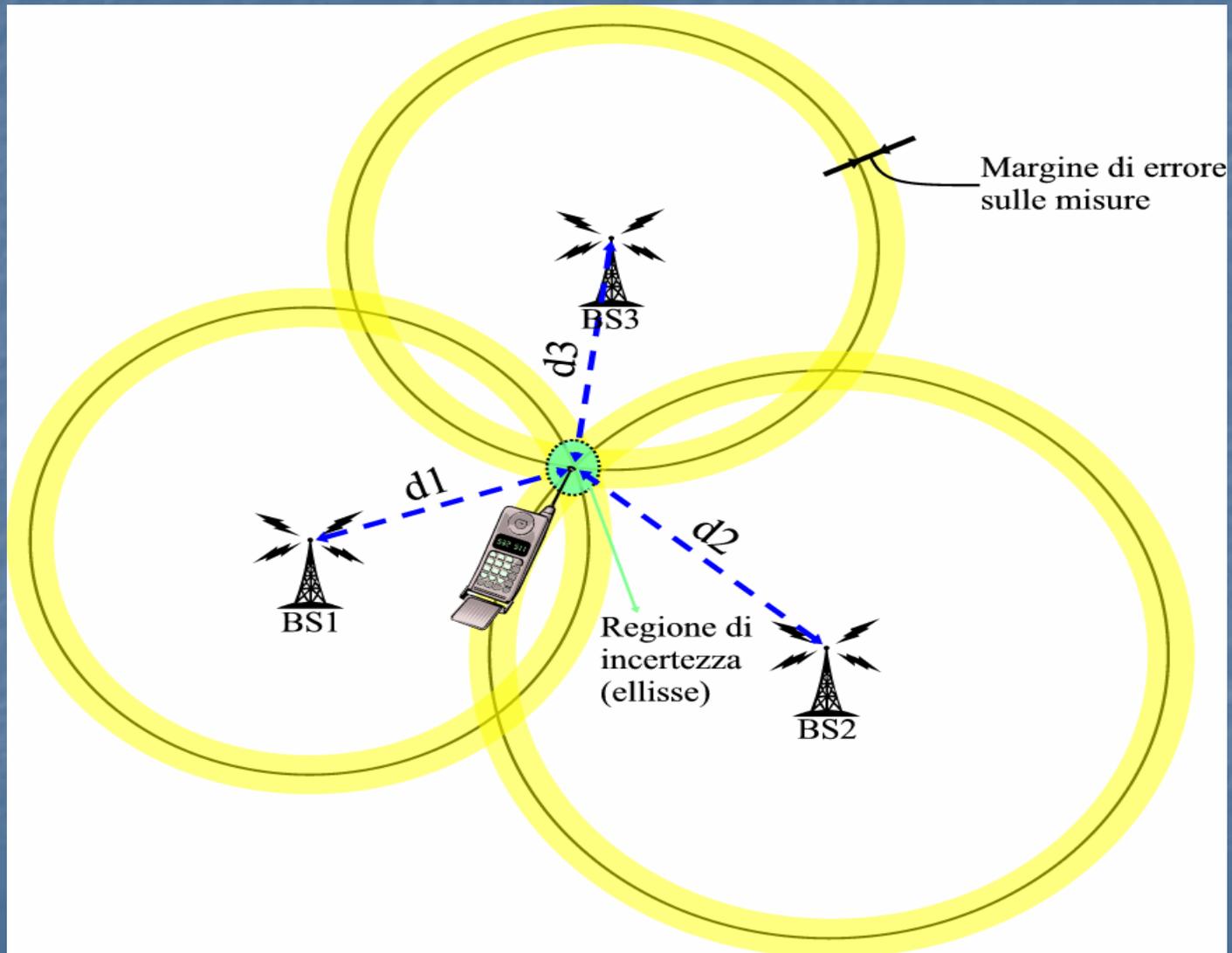
AOA(/DOA/DF) (III)

- In assenza di cammino **LoS** la direzione di ricezione non e' in generale quella in cui si trova effettivamente il mobile.
- Inoltre la presenza di **multipath** puo' disturbare la corretta misurazione angolare (anche in condizioni LoS): se gli scattering point si trovano SOLO nelle vicinanze del mobile, i diversi raggi ricevuti provengono piu' o meno dalla stessa direzione e ci si puo attendere quindi che la localizzazione sia sensata, ancorche' imprecisa.
- Problemi se ci sono punti di diffusione nelle vicinanze della BS. Tecniche AoA sono percio' poco affidabili in ambiente μ -cellulare, con antenne sotto il livello dei tetti.
- Tecniche AoA sono via via piu' imprecise al crescere della distanza MS-BS. Infatti, a parita' di errore sulla misura angolare (es. 3°), il possibile errore sulla posizione ad esso associato cresce man mano che la distanza fra le antenne aumenta

TOA (I)

- La distanza tra sorgente e destinazione si ricava dalla stima del tempo di propagazione. Ad essa resta associata una circonferenza, centrata nella BS (o satellite), sulla quale giace il mobile.
- Se sono disponibili stime di TOA associate ad almeno 3 BS (4 satelliti – tecnologia GPS) è possibile fare la triangolazione
- Problema: è incognito l'istante di trasmissione. Soluzioni:
 - Stima diretta mediante trasmissione del *timestamp* o stima dell'istante di trasmissione (tecnologia GPS)
 - Stima indiretta mediante misura del RTT (Round Trip Time)

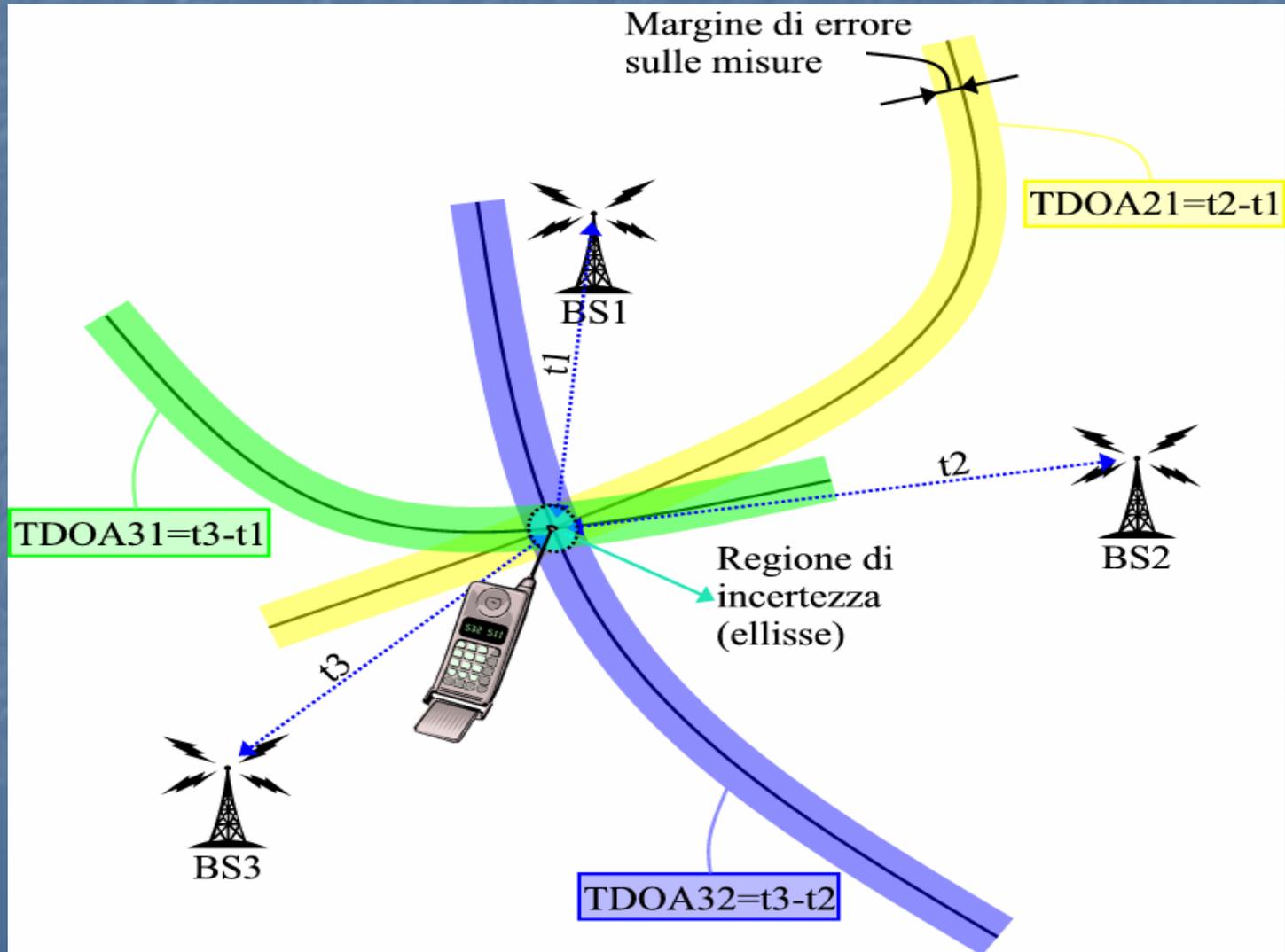
TOA (II)



TDOA (I)

- **Si misura la differenza dei tempi di arrivo**
 - **Dei segnali trasmessi da una coppia di BSs in corrispondenza della MS (versione Downlink-TDOA)**
 - **Del segnale trasmesso dal mobile in corrispondenza di 2 BSs (versione Uplink-TDOA)**
- **Al TDOA assoluto, calcolato tenendo conto degli eventuali offset di trasmissione delle BSs, resta associata un'iperbole (i cui fuochi coincidono con le 2 BSs coinvolte) sulla quale giace il mobile**
- **Se sono disponibili almeno 2 TDOAs è possibile calcolare la posizione del mobile**

TDOA (II)



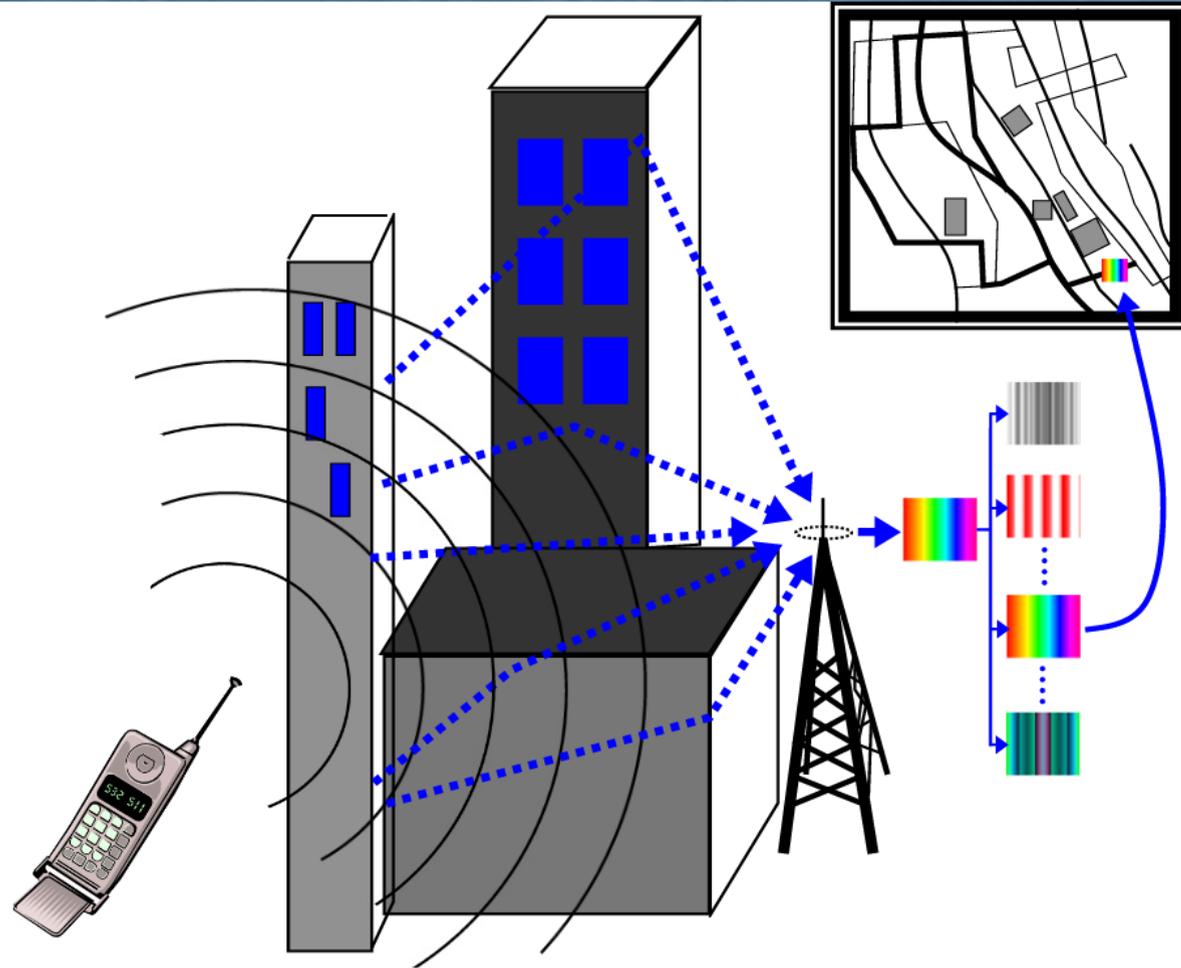
TDOA (III)

- **SI**n assenza di cammino LoS il ritardo misurato non corrisponde ovviamente alla distanza MS-BS, e cio' comporta ovviamente un errore nella stima di posizione. Se l'allungamento del cammino effettivo rispetto alla linea di vista e' piu' o meno lo stesso rispetto le 2 BSs, l'approccio TDoA e' in grado di limitare, compensare l'errore dovuto alla propagazione NL.oS.
- La presenza di cammini multipli puo' creare inoltre ulteriore disturbo, poiche' l'interferenza dei diversi echi in ricezione puo' rendere piu' imprecisa la misura del ritardo

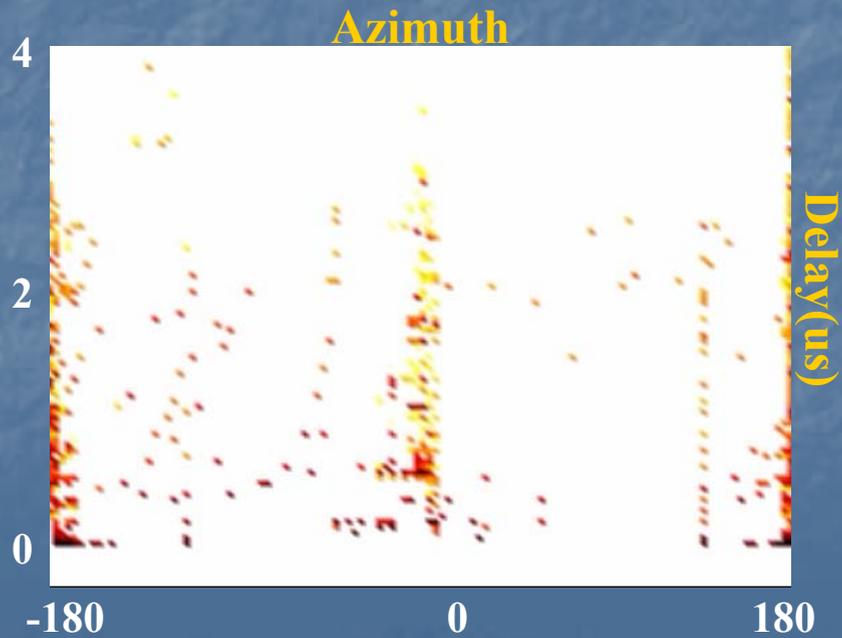
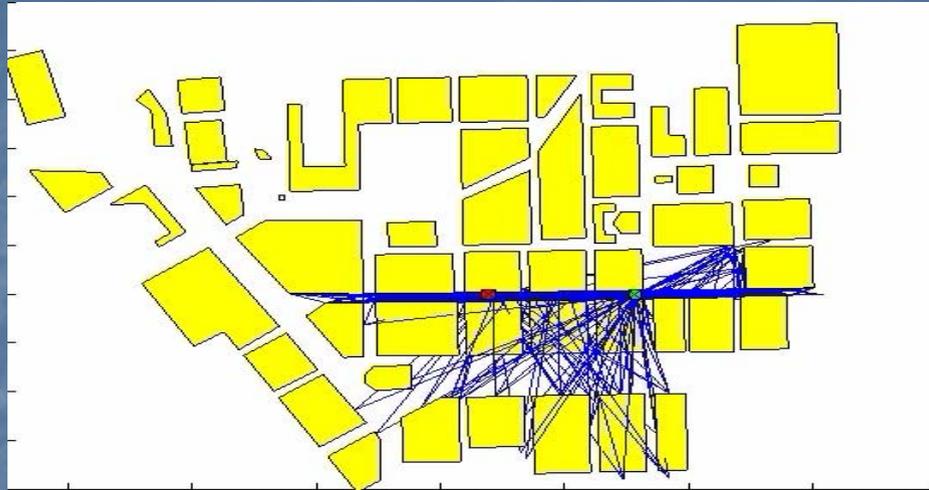
Multipath Analysis (I)

- **Sfrutta il principio per cui l'impronta digitale (fingerprint), rappresentata dal profilo dei cammini multipli ricevuti dalla BS, è unica ed è legata in maniera biunivoca alla posizione del mobile**
- **Viene creato e periodicamente aggiornato un Data Base di fingerprint**
 - **problema del mantenimento del data base**
- **La posizione viene calcolata sulla base del confronto fra la fingerprint misurata e il data base**

Multipath Analysis (II)



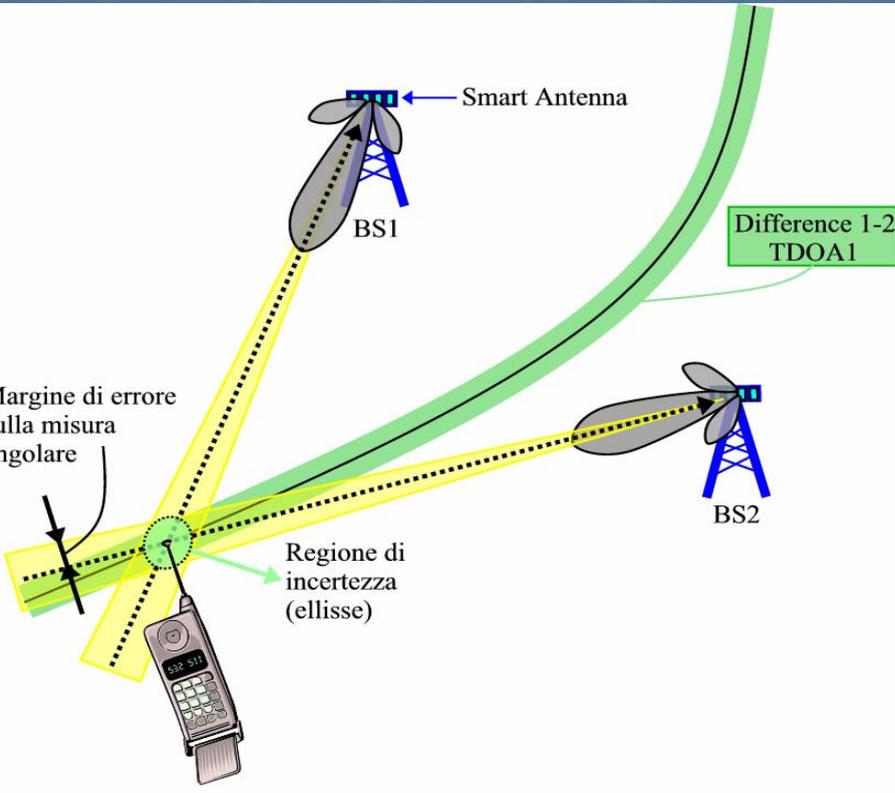
Multipath Analysis (III)



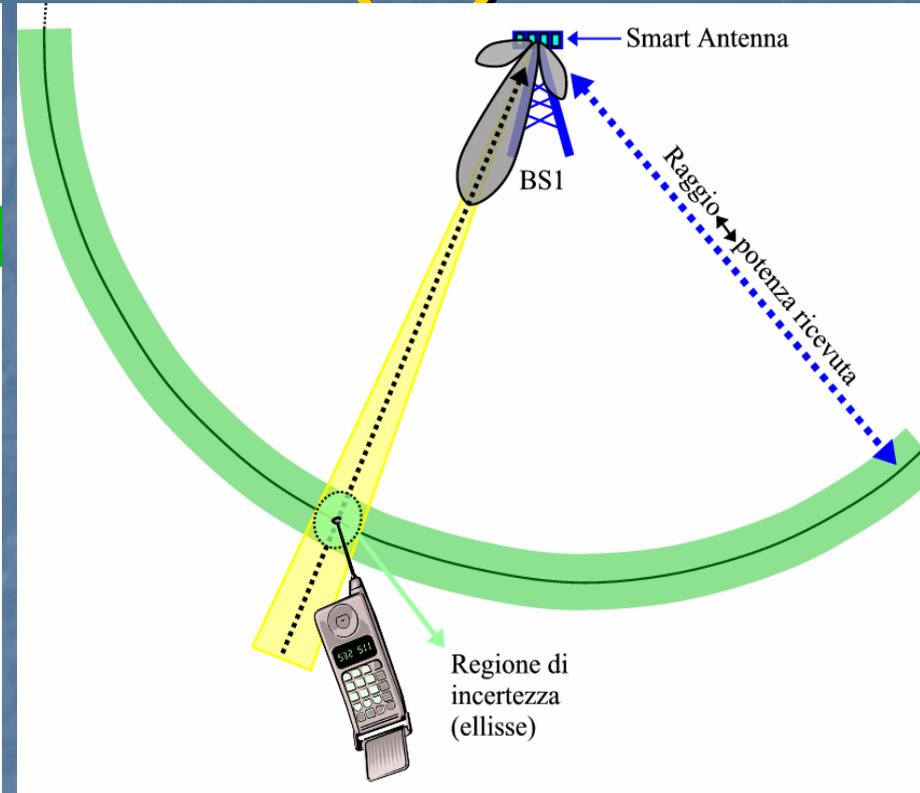
Tecniche ibride (I)

- Si utilizzano più tecniche simultaneamente allo scopo di ottenere prestazioni superiori alle tecniche componenti singolarmente prese. Tali tecniche possono essere sfruttate per risolvere ambiguità di un metodo in situazioni particolari (procedure di riserva).
- Esempi:
 - TDOA/AOA: utilizza solo 2 BSs (usata in zone rurali)
 - AOA/Signal Strength based (AOA/TOA): utilizza un solo sito cellulare

Tecniche ibride (II)



TDOA/AOA



AOA/TOA

Problematiche

- **Descrizione in 2D** (posizione individuata da 2 coordinate – ad esempio x_M, y_M);
- Teoria della localizzazione assume **condizioni LOS** (Line Of Sight) fra il terminale da localizzare e le stazioni di riferimento (RS);
- **Punti di riferimento in posizioni note**
 - Satelliti del sistema GPS
 - Stazioni Base (BS) di una rete cellulare
- Adeguata visibilità radio di (almeno) un certo numero minimo di punti di riferimento (**hearability**)
- Tipi di misure per il positioning
 - **Identificazione cella (cell ID)**
 - **Misure di potenza**
 - **Misure temporali**
 - **Misure della direzione di arrivo**
 - **Misure delle caratteristiche dei cammini multipli ricevuti**
- **Imprecisioni e malfunzionamenti** dei sistemi di localizzazione dovuti a
 - Situazioni NLoS
 - Cammini multipli
 - Riduzione della *hearability* dovuta a:
 - *Multiple Access Interference (MAI) effect*
 - *Geometric Dilution of Precision (GDOP)*

Effetto propagazione NLOS

- I piu' usuali sistemi di localizzazione determinano la posizione del mobile dalla misurazione di grandezze (*location parameters*) quali *tempo di ritardo, potenza ricevuta, angolo di arrivo del segnale ricevuto*, supponendo condizioni di linea di vista. E' chiaro allora che situazioni NLoS peggiorano la precisione di localizzazione, tipicamente introducendo un errore sistematico che porta a sovrastimare la distanza BS-MS (si parla di "**NLoS bias**", che determina un errore medio di circa **500-700 metri**).
- Si osservi che in ambito microcellulare se e' spesso lecito supporre LoS condition verso la cosiddetta "serving BS" (ossia quella che garantisce/gestisce il servizio voce/dati/web), e' assai meno probabile che siano in visibilita' le altre BSs che intervengono nel procedimento di localizzazione (si vedra' infatti che le classiche tecniche di localizzazione coinvolgono piu' di una BS). Resta in ogni caso, quindi, il problema della **NLoS bias**

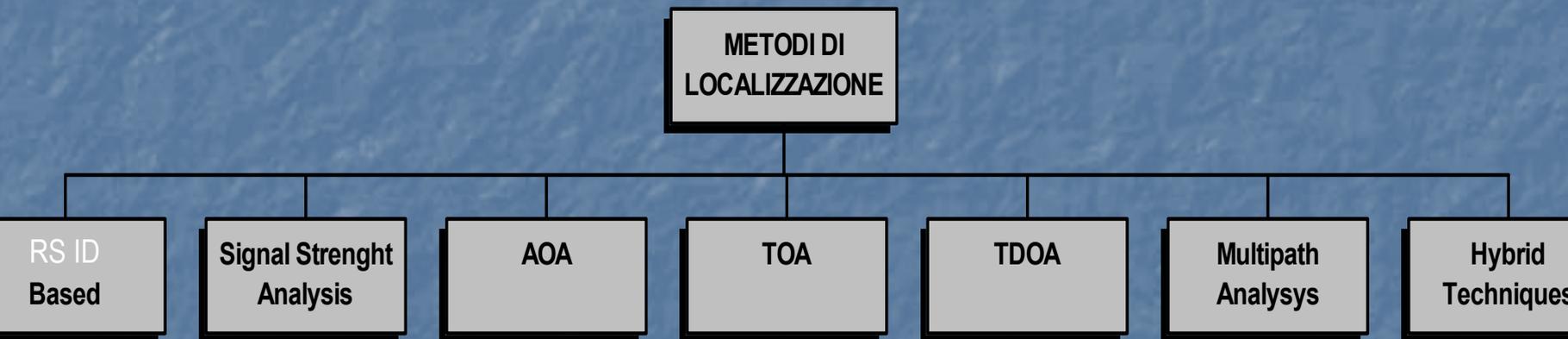
Effetto dei cammini multipli

- La presenza di multipath determina evidentemente fading rapido (e quindi forti e repentini affievolimenti della potenza ricevuta), angoli di arrivo e tempi di ritardo differenti per i diversi cammini; tutto ciò complica ovviamente in ricezione la stima dei location parameters e quindi la precisione della localizzazione.
- Si noti che gli errori sulla precisione dovuti alla presenza di cammini multipli si vanno ad aggiungere a quelli eventualmente dovuti a condizioni di propagazione NLoS (si tratta cioè di fenomeni diversi; basti pensare che si può avere multipath anche in situazione LoS, ovvero situazioni NLoS caratterizzate da un solo cammino).

Effetto dell'interferenza da accesso multiplo (MAI effect)

- Nei sistemi CDMA (es.UMTS) le misure fatte da una BS su un certo utente mobile possono essere disturbate da altre MSs interferenti (nonostante il *power control*), determinando così una cattiva stima del parametro misurato e quindi un errore sulla valutazione di posizione.
- MS0 servito dalla base station BS0; la potenza trasmessa da MS0 è controllata dai comandi di PC della serving BS. I procedimenti di localizzazione richiedono che anche BSs diverse dalla BS0 "ascoltino" il mobile MS0 al fine di misurare il prefissato location parameter e ottenere quindi la stima di posizione. Può succedere allora che la potenza trasmessa da MS0 sia troppo bassa per poter essere "sentita" da BSs diverse da BS0, ovvero che la potenza interferente che esse ricevono dagli utenti che stanno servendo (e di cui quindi controllano la potenza in trasmissione) sia troppo elevata rispetto a quella ricevuta da MS0.
- Questo problema, particolarmente sentito quando MS0 si trova molto vicino a BS0 (perché allora trasmetterà con una potenza particolarmente bassa) prende il nome di "**hearability**".
- Dualmente, nel caso in cui sia il mobile ad effettuare le misure dei location parameters, possono esserci problemi di **hearability** verso BSs remote che trasmettono una potenza non sufficientemente elevata.

Classificazione dei metodi di localizzazione (*system independent*)



- **RS ID Based :** Reference Station IDentity Based
 - **AOA(/DOA/DF) :** AngleOfArrival(/DirectionOfArrival/DirectionFinding)
 - **TOA :** Time Of Arrival
 - **TDOA :** Time Difference Of Arrival
- } Time based methods

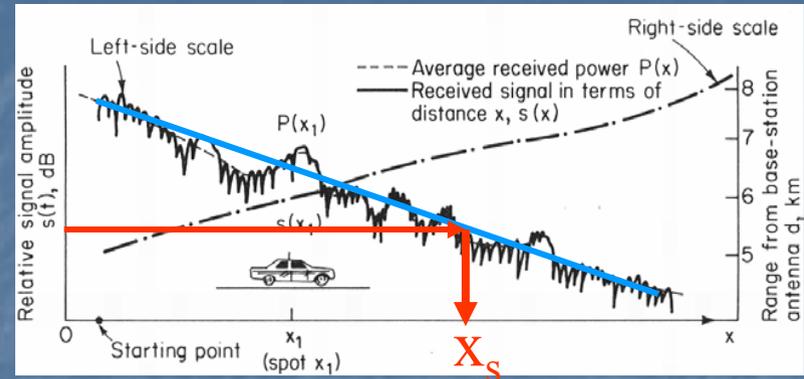
Radiolocation Systems: maggiori dettagli

- ✓ I sistemi di radiolocalizzazione richiedono la misura di una (o più) grandezze (*location parameters*) il cui valore sia legato alla posizione del mobile, in modo che dal valore misurato sia possibile stimare la posizione del terminale.
- ✓ Ogni valore misurato consente di individuare una curva nel piano (*line of position*) sulla quale può trovarsi il mobile rispetto alla RS considerata. L'intersezione delle varie *lines of position* relative a diverse coppie MS-RS consente di individuare la posizione del mobile.
- ✓ Qualunque algoritmo di localizzazione può essere articolato in due fasi:
 - 1. Stima dei parametri di localizzazione**
 - 2. Algoritmo di localizzazione**, che stima la posizione del terminale a partire dai valori misurati dei *location parameters*

Signal Strength Analysis: location parameters

In generale:

$$P_{RX}(r) = X_{fast}(r) + X_{slow}(r) + P(r);$$



Per avere una stima attendibile della distanza occorre considerare solo $P(r)$, quindi mediare su una lunghezza L :

$$\bar{P}_{RX} = \int_{r_0-L}^{r_0+L} P_{RX}(r) dr$$

- ✓ L non può essere troppo grande perchè altrimenti la media non può essere considerata rappresentativa di un singolo punto;
- L non può neanche essere troppo piccolo per evitare di mediare, filtrare solo il fading rapido;
- ⇒ necessario compromesso sul valore di L ⇒ errore nella stima
- ✓ Misurata \bar{P}_{RX} , per valutare la posizione occorre conoscere la legge di propagazione ⇒ il *filtraggio spaziale*

AOA: location parameters

- ✓ L'angolo di arrivo del segnale ricevuto viene valutato tipicamente per mezzo di **arrays di antenne** montati sulla BS.
- ✓ Un **array di antenne** e' costituito da un opportuno numero di antenne elementari geometricamente disposte in maniera opportuna, cosi' da determinare un diagramma di radiazione molto direttivo, con un lobo principale molto stretto e diretto secondo una assegnata direzione

TOA: location parameters - misura dei tempi di ritardo (I)

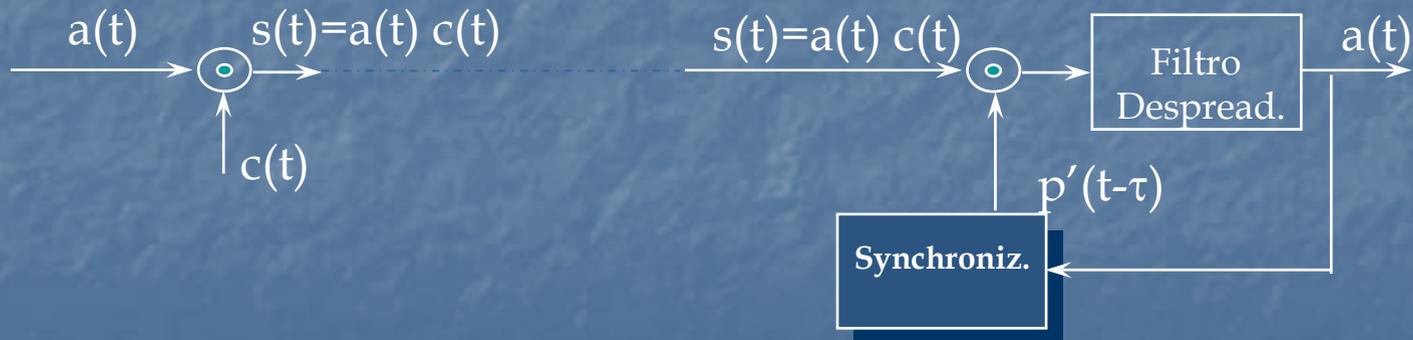
I tempi di ritardo sono in genere calcolati tramite correlazioni (vedi spread-spectrum, CDMA)

La stima di ritardi si articola in 2 parti:

1) Code Acquisition: consiste in sostanza nella risoluzione del seguente problema di massimizzazione:

$$\max_{\tau} \left\{ \int_0^{M \cdot T_c} c(t + \tau) \cdot c(t) dt \right\}$$

Dove $c(t)$ rappresenta ovviamente il codice trasmesso; tipicamente si utilizzano allo scopo filtri adattati o sliding correlators.



TOA: location parameters - misura dei tempi di ritardo (II)

2) **Code tracking**: una volta ottenuta, la sincronizzazione, l'allineamento fra i codici (e quindi l'aggiornamento del ritardo) viene mantenuta, inseguita per mezzo di circuiti di tracking, caratterizzati da loop in retroazione.

Oppure grossolanamente tramite ritardi nell'invio di pacchetti di bit (GSM: Timing Advance; DVB-T: Simbolo Nullo)

Per il TOA però ci vuole un riferimento di tempo

Anche per sistemi di tipo NON CDMA il tempo di ritardo puo' essere comunque valutato mediante la massimizzazione dell'autocorrelazione; e' chiaro che, dovendosene generare una copia locale, la funzione di cui si calcola l'autocorrelazione deve essere nota, come noto e' il codice in sistemi CDMA.

TDOA: misura dei tempi di ritardo

- ✓ La maniera più semplice per calcolare la differenza fra due tempi di ritardo è di calcolare separatamente i 2 ritardi, e poi farne la differenza.
- ✓ Altra possibilità è massimizzare la cross-correlazione dei segnali ricevuti, ossia calcolare

$$\max_{\tau} C_{1,2}(\tau) = \max_{\tau} \frac{1}{T} \int_0^T r_1(t) \cdot r_2(t + \tau) dt$$

dove $r_i(t)$ rappresenta il segnale ricevuto dalla Stazione Base i .

$$r_1(t) = s(t)$$

$$r_2(t) = As(t - \tau)$$

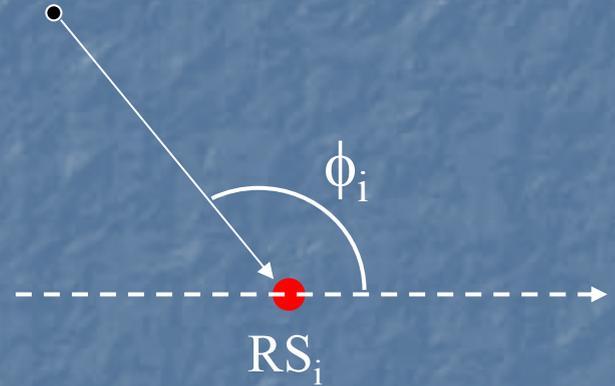
Localizzazione

- Limitandosi al *caso bidimensionale* per semplicità, indicheremo nel seguito con (x_i, y_i) le coordinate della generica base station BSi , con (x_M, y_M) le coordinate del mobile.
- Noto il valore dei parametri di localizzazione, si tratta di calcolare il valore di x_M e y_M . Due approcci possono essere considerati.
- **Approccio Geometrico/Deterministico** (caso ideale): se non ci sono errori nella misura dei parametri di localizzazione, la posizione del mobile puo' essere determinata con precisione in maniera analitica per mezzo di semplici considerazioni geometriche
- **Approccio statistico**

AOA: localizzazione

Detto ϕ_i l'angolo di arrivo alla RS i -ma del segnale trasmesso dal mobile (ad es. rispetto all'asse x, $0 \leq \phi_i \leq \pi$)

$$\phi_i = \tan^{-1} \left(\frac{y_i - y_M}{x_i - x_M} \right)$$



la retta su cui giace il mobile ha equazione

$$y_M = x_M \cdot \tan \phi_i + (y_i - x_i \cdot \tan \phi_i) \quad i=1,2$$

Risolvendo il sistema di equazioni per $i = 1,2$ si ottiene

$$x_M = \frac{y_2 - y_1 - x_2 \cdot \tan \phi_2 + x_1 \cdot \tan \phi_1}{\tan \phi_1 - \tan \phi_2}$$

$$y_M = x_M \cdot \tan \phi_1 + (y_1 - x_1 \cdot \tan \phi_1)$$

TOA: localizzazione

Nota il ritardo di propagazione t_i rispetto alla BS_i , il mobile potrà trovarsi sulla CFR di equazione:

$$t_i \cdot c = \sqrt{(x_i - x_M)^2 + (y_i - y_M)^2} \quad i = 1, 2, 3$$

Risolviendo il sistema delle 3 equazioni così ottenute, si possono calcolare le coordinate del punto di intersezione delle 3 CFR, ovvero la posizione del terminale

$$x_M = \frac{(y_2 - y_1) \cdot C_3 - (y_2 - y_3) \cdot C_1}{2 \cdot [(x_2 - x_3) \cdot (y_2 - y_1) - (x_2 - x_1) \cdot (y_2 - y_3)]}$$

$$y_M = \frac{(x_2 - x_1) \cdot C_3 - (x_2 - x_3) \cdot C_1}{2 \cdot [(y_2 - y_3) \cdot (x_2 - x_1) - (y_2 - y_1) \cdot (x_2 - x_3)]}$$

Dove

$$C_1 = x_2^2 + y_2^2 - x_1^2 - y_1^2 + R_1^2 - R_2^2$$

$$C_3 = x_2^2 + y_2^2 - x_3^2 - y_3^2 + R_3^2 - R_2^2$$

TDOA: localizzazione

Detti t_i e t_j i ritardi rispettivamente relativi alle RS i e j , si misura la differenza di tali ritardi. Detta ρ_{ij} differenza delle distanze “associate” a tali ritardi, le coordinate (x_M, y_M) del terminale devono soddisfare la seguente equazione

$$\rho_{ij} = c \cdot (t_i - t_j) = \sqrt{(x_i - x_M)^2 + (y_i - y_M)^2} - \sqrt{(x_j - x_M)^2 + (y_j - y_M)^2}$$

Che rappresenta l'equazione di una iperbole avente i fuochi nelle RS i e j

Risolvendo il sistema delle due equazioni ottenute ad esempio per $(i,j) = (1,2), (1,3)$ si ottiene:

$$\left. \begin{array}{l} Ax_M^2 + Bx_M + C = 0 \\ y_M = mx_M + b \end{array} \right\} \Rightarrow (x_M, y_M)$$

(A, B, m, b funzione dei ritardi misurati e delle posizioni delle SB)

Localizzazione: Approccio statistico (I)

Poichè in generale le misure dei parametri di locazione sono affette da errori, l'approccio deterministico puo' apparire poco sensato. Il vettore di valori misurati, r_m , puo' essere scritto come :

$$r_m = c(x_M, y_M) + n_m$$

dove $c(x_M, y_M)$ rappresenta il vettore dei valori *veri* dei parametri di localizzazione mentre n_m rappresental'errore sulla misura.

$$c(x_M, y_M) = \begin{cases} [t_1(x_M, y_M), t_2(x_M, y_M), \dots, t_n(x_M, y_M)] & \text{nel caso ToA} \\ [\rho_{2,1}(x_M, y_M), \rho_{3,1}(x_M, y_M), \dots, \rho_{n,1}(x_M, y_M)] & \text{nel caso TDoA} \\ [\phi_1(x_M, y_M), \phi_2(x_M, y_M), \dots, \phi_n(x_M, y_M)] & \text{nel caso AoA} \end{cases}$$

Localizzazione: Approccio statistico (II)

- **Approccio statistico: stima di (x_M, y_M) noto r_m .**
- **Si considerano quei valori (\hat{x}_M, \hat{y}_M) che minimizzano una funzione costo opportunamente scelta:**

$$E(\hat{x}_M, \hat{y}_M) = [r_m^p - c(\hat{x}_M, \hat{y}_M)] \cdot W \cdot [r_m^p - c(\hat{x}_M, \hat{y}_M)]$$

con W matrice opportuna.

- **E' un problema non lineare che quindi deve essere risolto con opportuni procedimenti.**
- **Si sono considerati solo errori nella misura dei parametri di localizzazione; se la misura e' precisissima, ma non esiste il cammino LoS, allora anche il procedimento cosiddetto deterministico produce un valore di posizione totalmente errato. Sono stati analizzati solo errori di misura, e non quelli introdotti eventualmente dall'ambiente di propagazione.**

Time resolution (1/3)

■ Molti sistemi di radiolocalizzazione sono *time based* (ToA o TDoA) \Rightarrow importante caratterizzare ogni sistema in termini di capacità di risoluzione ovvero la variazione minima temporale rilevabile, percepibile;

■ La risoluzione temporale corrisponde evidentemente alla precisione della misura, e dunque determina il minimo errore introdotto dal procedimento di misura

■ Si possono individuare 4 categorie di sistemi

1. *Narrowband*
2. *Wideband*
3. *Ultra wideband*
4. *Super-resolution*

Time resolution (2/3)

Sistemi narrowband: in prima approssimazione, stimano il ritardo di propagazione a partire dallo sfasamento fra il segnale trasmesso e quello ricevuto


$$s_t(t) = A \cdot \cos(2\pi f t) \quad s_r(t) = A \cdot \cos(2\pi f t - \Delta\phi)$$



$$\Delta\phi = \beta \cdot r = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot r = 2\pi f \cdot \frac{r}{c} = \omega \cdot \tau$$
$$\tau = \frac{\Delta\phi}{\omega}$$

la risoluzione temporale (precisione nella misura di τ) dipende quindi essenzialmente dalla precisione sulla misura dello sfasamento

Sistemi wideband: utilizzano segnali *Direct Sequence Spread Spectrum* (DS-SS) e pertanto il ritardo di propagazione viene stimato per mezzo della cross-correlazione fra il codice ricevuto e sue repliche generate localmente.

La risoluzione temporale è data quindi approssimativamente dal tempo di chip $T_c \approx 1/B$

Time resolution (3/3)

■ Sistemi Ultra wideband: sistemi basati sulla trasmissione di impulsi non modulati e molto brevi (con una banda quindi assai elevata – tipicamente di almeno 500 MHz).

La risoluzione temporale è data quindi approssimativamente dalla durata dell'impulso e quindi $\approx 1/B$

■ Sistemi Super-resolution: mediante opportuno sondaggio del canale e relativo *post-process* delle informazioni ottenute, permettono di ottenere una risoluzione temporale assai spinta (dell'ordine dei nsec)

Fin qui si è parlato della risoluzione dovuta alle caratteristiche del sistema ed al procedimento di misura, ovvero supponendo condizioni ideali di propagazione. In condizioni reali (*multipath*) la precisione in generale degrada, in misura che dipende dalla capacità del sistema di sopportare e gestire i cammini multipli.

Angle resolution

Anche i sistemi AoA possono essere caratterizzati in termini di capacità di risoluzione (spaziale, o angolare), ovvero la minima distanza angolare rilevabile, percepibile;

La risoluzione angolare corrisponde evidentemente alla precisione della misura, e dunque determina il minimo errore introdotto dal procedimento di misura

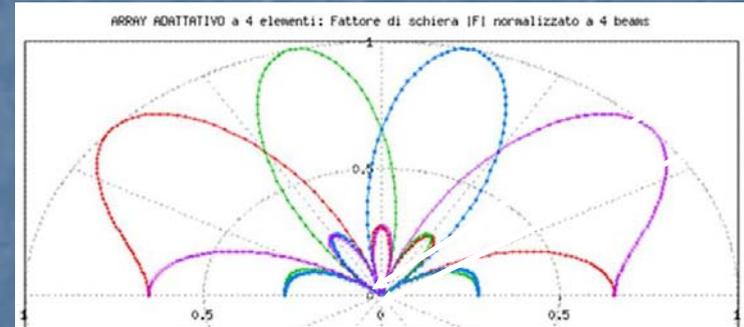
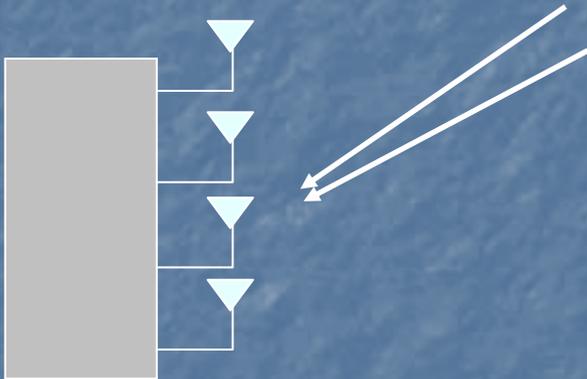
La ricerca delle direzioni di arrivo tramite l'opportuna orientazione del diagramma di radiazione di antenne adattative comporta una risoluzione proporzionale all'ampiezza del lobo principale dell'antenna

Esistono tecniche di super-risoluzione spaziale, che permettono di ottenere una risoluzione angolare piuttosto elevata

Esempio: *direction finding*

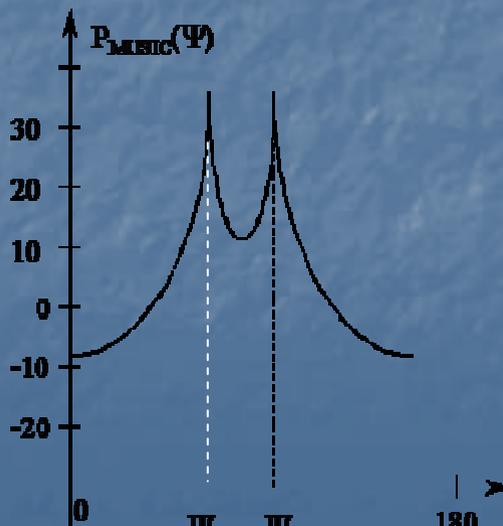
2 cammini aventi distanza angolare = 5°

- Antenna adattativa (4 elementi)



I due contributi non possono essere evidentemente risolti

- MUSIC



I due contributi possono essere chiaramente risolti

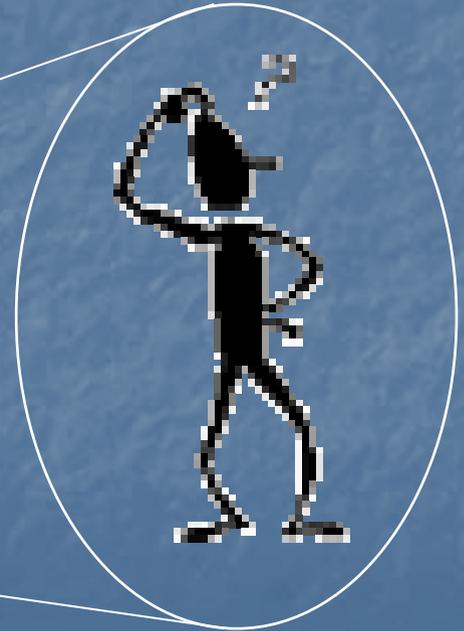
Prestazioni di un sistema di localizzazione

La bontà di un sistema di *positioning* dipende in primo luogo dalla accuratezza della localizzazione, e dunque dalla probabilità che $e_p \leq e_{\max}$ (e_{\max} : massimo errore consentito)

Esistono tuttavia altri parametri importanti ed indicativi della affidabilità del sistema:

1. Blocking Rate: probabilità che una richiesta di *positioning* venga persa o che venga soddisfatta con una precisione inferiore alla soglia richiesta
2. Copertura: area di servizio entro la quale la localizzazione viene effettuata con soddisfacente precisione (NOTA: può essere diversa dall'area coperta dalla rete per il servizio “usuale”)
3. Capacità: quantità di richieste simultanee di localizzazione che il sistema è in grado di smaltire
4. Ritardo *end-to-end*: velocità di risposta del sistema ad una richiesta di localizzazione (ritardi troppo elevati rendono inutile il servizio)

Principali ostacoli alla precisione della localizzazione



Principali ostacoli alla stima della posizione

❶ Errori dovuti ad imprecisioni del sistema

❷ Errori dovuti ai cammini multipli

❸ Errori dovuti alla propagazione NLoS

Dipendono
dall'ambiente di
propagazione

❹ Errori dovuti alla riduzione della *hearability*:

- *Geometric Dilution of Precision* (GDOP)

- Per sistemi di localizzazione basati su rete cellulare:

- *Multiple Access Interference* (MAI) *effect*

① Imprecisioni del sistema

- Ogni misura è intrinsecamente affetta da errori, per imprecisione degli strumenti di misura e/o del procedimento di misura
- Esempi:
 - Errori nella posizione delle BSs;
 - Errori nella misura dei *location parameters*
 - misure temporali: la precisione dipende dalla risoluzione temporale del sistema;
 - misure angolari: la precisione dipende dalla risoluzione spaziale del sistema;
- Ciascuno degli errori di misura si ripercuote ovviamente sulla precisione della stima della posizione
- Misure differenziali consentono di eliminare, filtrare eventuali errori di tipo sistematico

② Cammini Multipli (1/2)

■ Interferenza fra i diversi cammini ricevuti determina significative oscillazioni della potenza ricevuta;

■ Il *fading* rende praticamente inaffidabili i metodi basati sulla stima di potenza;

■ Il *fading* affligge anche gli algoritmi *time/direction based* perché:

- la misura non può essere effettuata se il segnale proveniente da una certa RS è troppo basso (riduzione della *hearability*);
- in presenza di una molteplicità di contributi ricevuti, non è semplice parlare di istante/direzione di arrivo poiché la potenza ricevuta è distribuita su di un intervallo temporale/angolare di ampiezza \approx pari al *delay/azimuth spread*

esempio: ambiente urbano e metodi *time based*

Distanza mobile – stazione di riferimento: $0.5 \div 3 \text{ km} \Rightarrow \tau = 1.6 \div 5 \text{ } \mu\text{sec}$.

DS $\approx 1 \text{ } \mu\text{sec}$ (*Final Report Cost 207*)

Supponendo ad esempio errore sulla misura $\approx \text{DS} \Rightarrow \text{errore} \sim 20 - 62.5 \% !!!$

② Cammini Multipli (2/2)

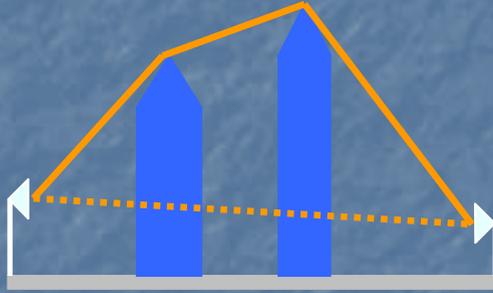
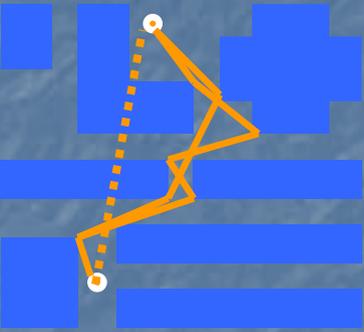
- Ogni sistema di *radiolocation* è di per sé più o meno capace di *multipath rejection*, ovvero di “risolvere”, distinguere e gestire separatamente i cammini ricevuti.
- In particolare, per i sistemi *time based*
 - sistemi *narrowband*: particolarmente esposti a degrado delle prestazioni dovuto al *multipath*;
 - sistemi *wideband*: potenzialmente capaci di risolvere cammini aventi ritardi di propagazione differenti per almeno un tempo di *chip*; sono quindi meno afflitti dal *multipath*, che resta tuttavia un problema grave
 - sistemi *ultra wideband, super-resolution*: particolarmente indicati per garantire buona immunità dai cammini multipli
- In ogni caso, la possibilità di separare e distinguere i diversi contributi ricevuti si traduce in effettiva capacità di effettuare una affidabile stima di posizione solo in condizioni LoS

③ Propagazione NLoS

- L'assenza di visibilità geometrica fra i terminali introduce sempre un errore sulla stima della posizione;
- Metodi *direction based* possono risultare estremamente inefficaci perchè in condizioni NLoS può accadere che nessun contributo abbia una direzione di arrivo prossima alla direzione geometrica del collegamento
- Metodi *time based* possono risultare estremamente inefficaci perchè in condizioni NLoS può accadere che tutti i cammini abbiano lunghezze sensibilmente maggiori della distanza geometrica fra i terminali.
La distanza fra i terminali è sempre sovrastimata (si parla di NLoS *bias* \Rightarrow introduce un errore di $\approx 500 - 700$ m).
L'errore è quindi di tipo sistematico, e pertanto può essere parzialmente corretto adottando metodi differenziali (TDoA)

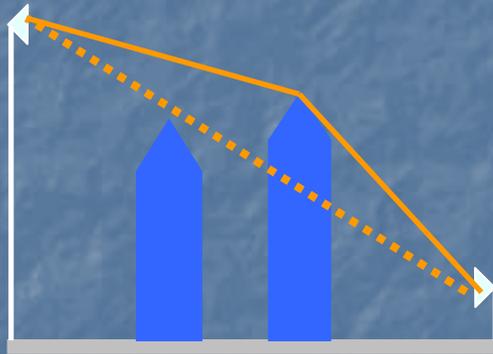
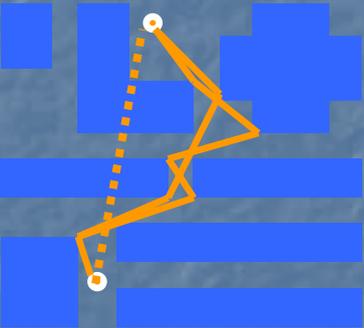
Errore NLoS e copertura

■ Copertura μ -cellulare



Tutti i contributi ricevuti hanno ritardi di propagazione sensibilmente maggiori del ritardo LoS \Rightarrow errore di localizzazione significativo

■ Copertura *small-cell* / macro-cellulare



Contributo ORT:

- “ragionevolmente” il più forte
- ritardo di propagazione \approx LoS
- direzione di arrivo \approx LoS

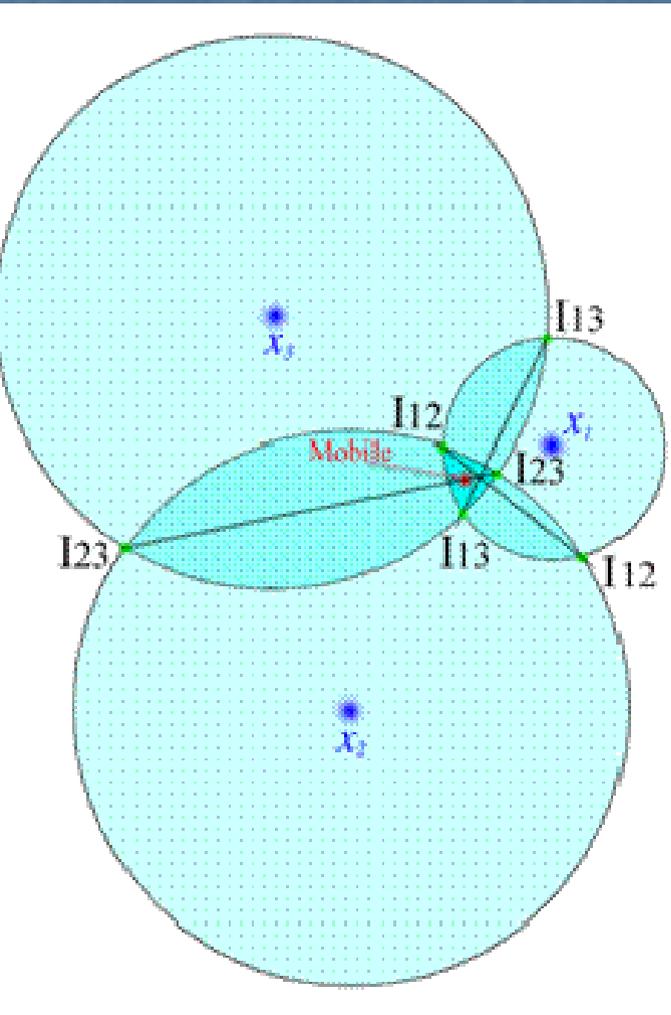
■ Copertura *small-cell* / macro-cellulare più adatta a limitare errori di localizzazione dovuti alle condizioni NLoS

Impatto degli errori sugli Algoritmi di Localizzazione

Errori di sistema + Errori da cammini multipli + Errori NLoS determinano:

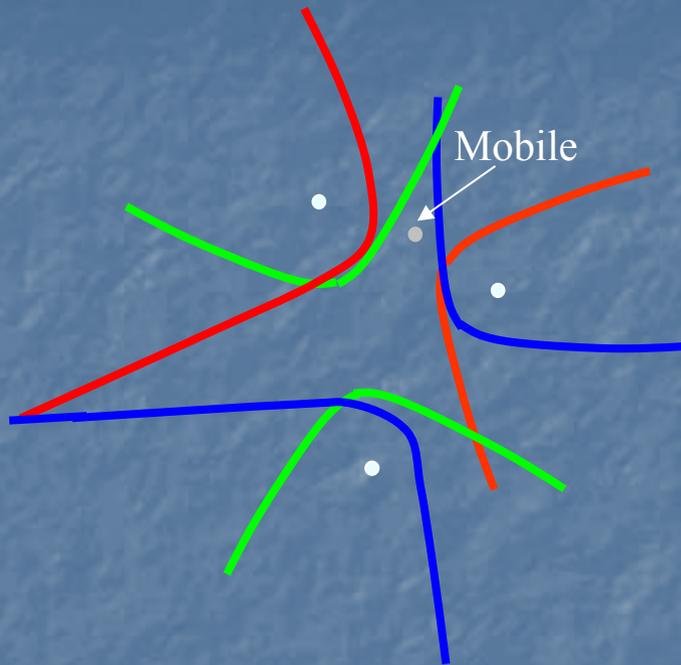
1. inevitabile errore nella stima dei *location parameters* \Rightarrow errore nella stima della posizione;
2. Necessità di rivedere, riformulare l'algoritmo di localizzazione, poiché può accadere che le line of position non solo non passino più per il punto \equiv con la posizione del terminale da localizzare, ma che non si intersechino più in un unico punto
 - Metodi euristici;
 - Metodi analitici;

Metodi euristici per il *positioning* – caso **ToA**



- Le 3 circonferenze non passano più per il punto che individua la posizione del mobile;
- fino a 6 distinti punti di intersezione;
- Metodo euristico (esempio):
la posizione del mobile è assunta nel punto di intersezione delle 3 rette passanti per le 3 coppie di punti di intersezione (vedi figura)

Metodi euristici per il *positioning* - caso TDoA



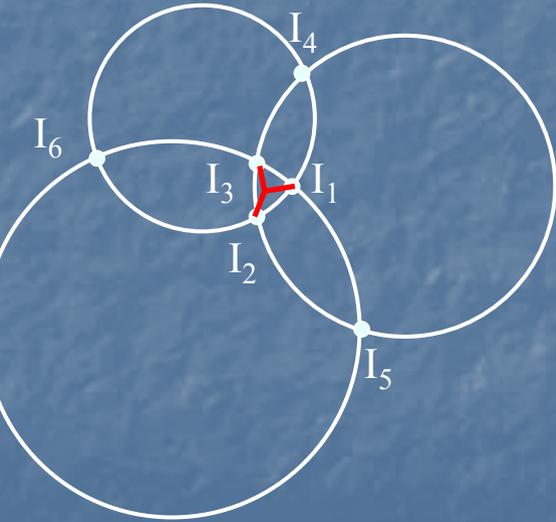
- Le 3 iperboli non passano più per il punto che individua la posizione del mobile;
- fino ad un massimo di 12 distinti punti di intersezione;

Metodo euristico (esempio):

- Osservando il segno di ρ_{ij} , cioè possibile selezionare per ogni iperbole un solo ramo (se $\rho_{ij} > 0$ il mobile si trova più vicino alla RS_i , altrimenti alla RS_j) \Rightarrow il numero massimo di possibili punti si riduce a 6
- Si individua la coppia di punti a distanza minima e si assume la posizione del mobile nel punto medio fra di essi

Least Squares Method (cenno)

- La posizione del terminale può essere stimata ricorrendo al metodo dei minimi quadrati, cioè individuando il punto di coordinate (\hat{x}, \hat{y}) che minimizzano la somma delle distanze dai punti di intersezione delle 3 *lines of position* associate ai 3 parametri misurati
- Esempio (ToA): limitandosi ai soli 3 punti fra loro più vicini,



(\hat{x}, \hat{y}) tali che $d = d_1 + d_2 + d_3$ assuma valore minimo

- l'utilizzo di un numero ridondante di *lines of position* (> 3) può in alcuni casi aumentare la precisione

Gradient Descent Method (1/3)

Definizioni:

(x, y) : effettiva posizione del mobile (incognita);

$D_i = \text{dist}(x_i, y_i, x, y)$: distanza geometrica fra la posizione effettiva e la RS i^{ma} ;

(\hat{x}, \hat{y}) : posizione del mobile stimata (da calcolare e ottimizzare);

$\hat{D}_i = \text{dist}(x_i, y_i, \hat{x}, \hat{y})$: distanza geometrica fra la posizione stimata e la RS i^{ma}

$\hat{T}_i = \frac{\hat{D}_i}{c}$: ritardo di propagazione fra la posizione stimata e la RS i -esima;

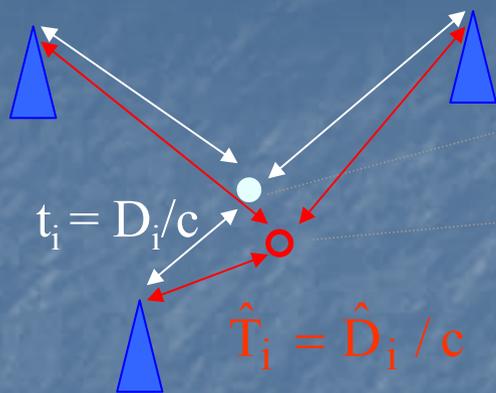
t_i : ritardo di propagazione misurato fra il mobile e la RS i -esima;

funzione errore: $\vec{E} = \vec{t} - \vec{\hat{T}} = \begin{bmatrix} t_1 - \hat{T}_1 \\ t_2 - \hat{T}_2 \\ t_3 - \hat{T}_3 \end{bmatrix}$

funzione costo: $\Sigma = \alpha_1^2 \cdot (t_1 - \hat{T}_1)^2 + \alpha_2^2 \cdot (t_2 - \hat{T}_2)^2 + \alpha_3^2 \cdot (t_3 - \hat{T}_3)^2$

(spesso si pone $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$ e dunque $\Sigma = |\vec{E}|$)

Gradient Descent Method (2/4)



posizione effettiva ed incognita del terminale. I valori t_1 , t_2 e t_3 sono ovviamente misurati in tale punto

posizione stimata dall'algoritmo

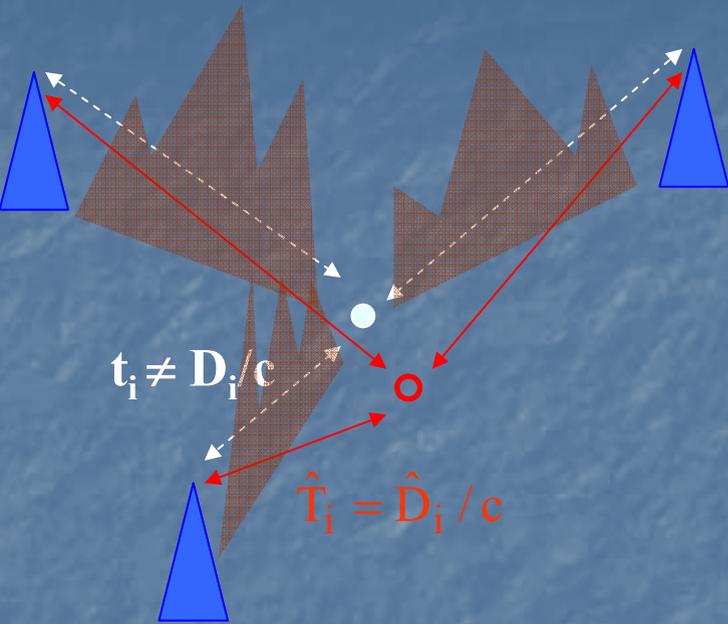
- In condizioni ideali di propagazione e di misura, è immediato verificare che $\Sigma = 0 \Rightarrow (\hat{x}, \hat{y}) = (x, y)$, cioè l'annullarsi della funzione Σ garantisce l'esattezza della stima, e viceversa.

Si osservi infatti che in condizioni ideali $t_i = D_i/c$ e pertanto

$$\Sigma = 0 \Rightarrow \hat{T}_i = t_i \Rightarrow D_i = \hat{D}_i \quad i = 1, 2, 3 \Rightarrow (\hat{x}, \hat{y}) = (x, y)$$

- Pertanto è sufficiente cercare la posizione (\hat{x}, \hat{y}) corrispondente a valori \hat{T}_i che annullano la funzione Σ per avere la certezza che la posizione così stimata coincida con quella realmente occupata

Gradient Descent Method (3/4)



- In condizioni reali di propagazione e di misura, accade innanzitutto che $t_i \neq D_i/c$ (a causa della imprecisione del sistema, dei cammini multipli, della condizione NLoS, ecc.)

- Pertanto,

$$(\hat{x}, \hat{y}) = (x/y) \Leftrightarrow \Sigma = 0$$

- Ciononostante, generalizzando il caso ideale, si ritiene ragionevole supporre che la migliore stima della posizione coincida con i valori (\hat{x}, \hat{y}) che corrispondono al minimo della funzione Σ
- Per calcolare il minimo della funzione Σ si possono usare noti algoritmi di minimizzazione (esempio: *Gradient Descent Method*)

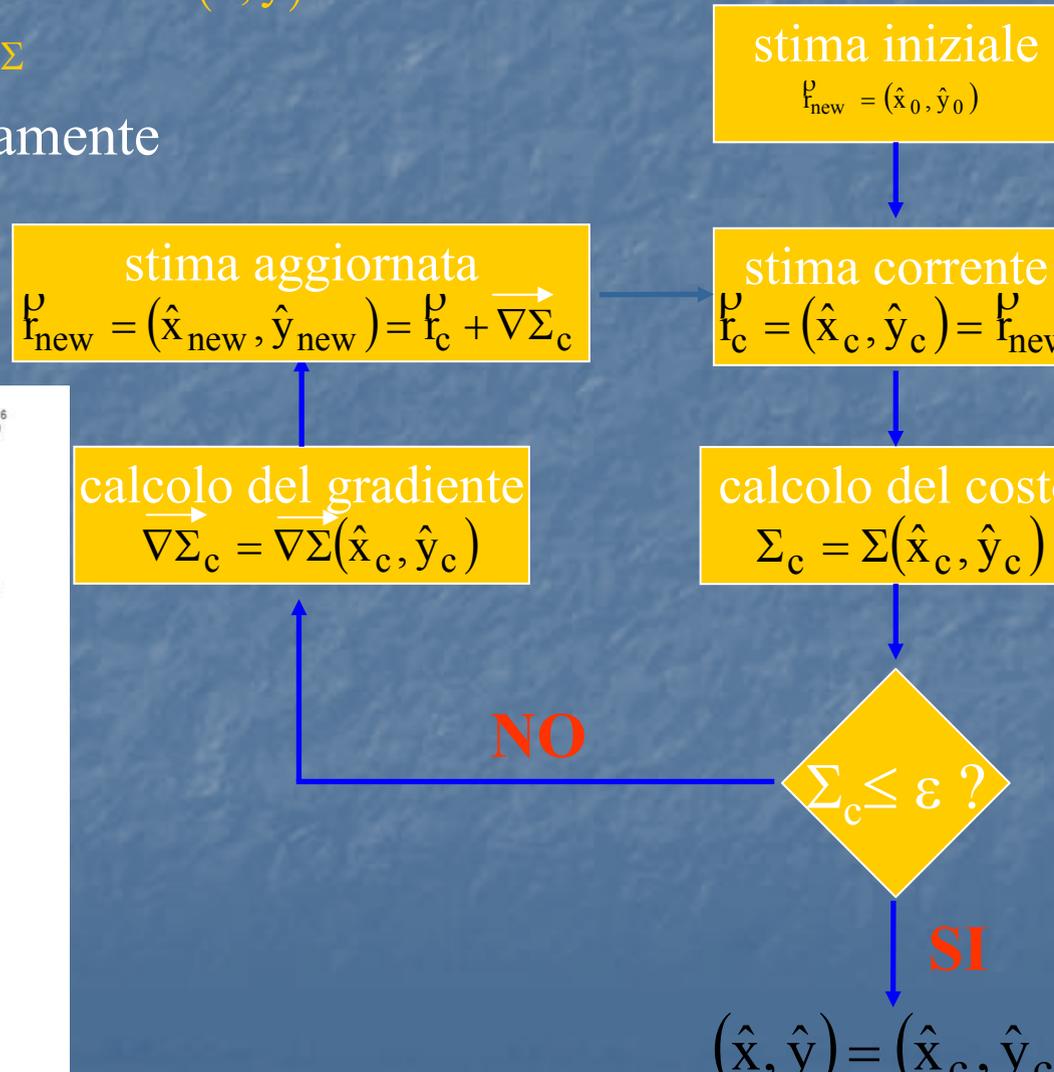
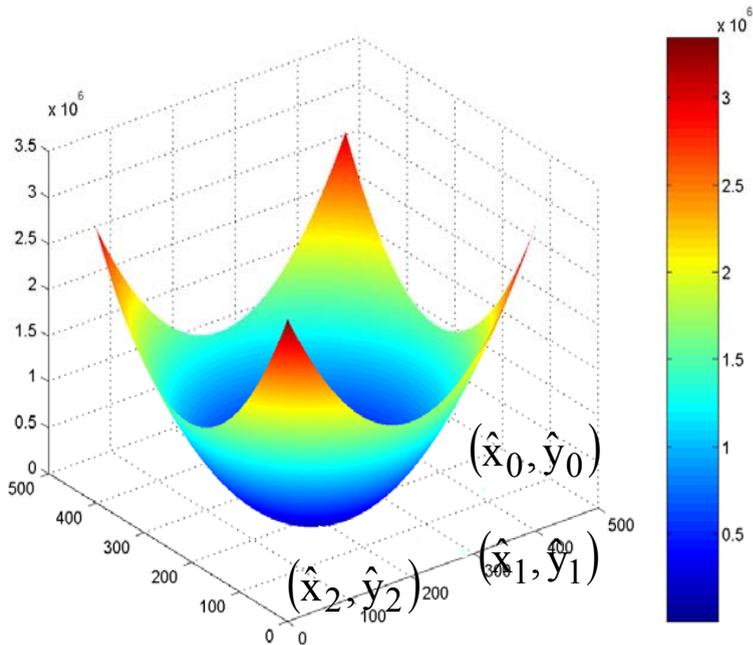
Gradient Descent Method (4/4)

Fissate le posizioni delle RSs ed i tempi misurati t_1, t_2 e t_3 , la funzione costo Σ dipende solo dalla posizione stimata (\hat{x}, \hat{y})

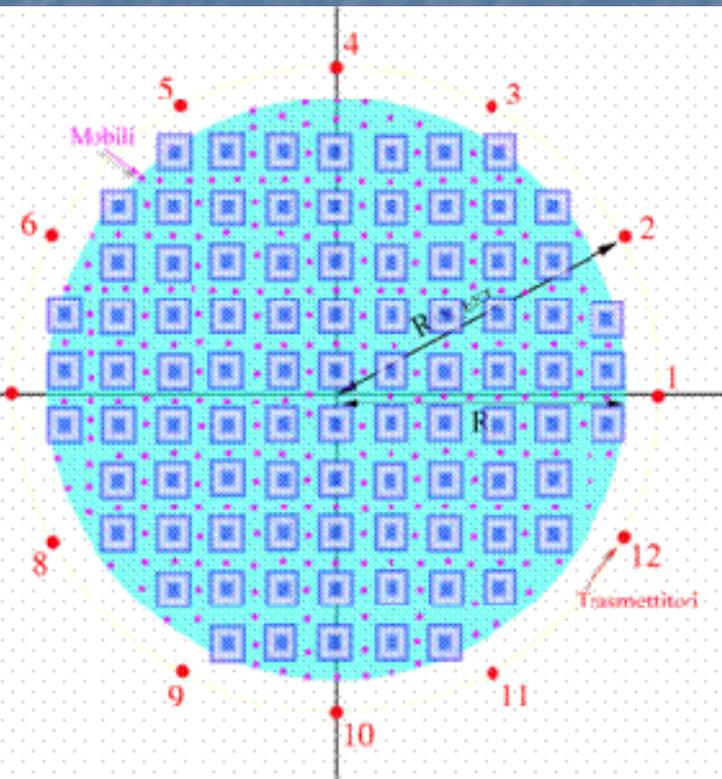
$$(\hat{x}, \hat{y}) \Rightarrow (\hat{D}_1, \hat{D}_2, \hat{D}_3) \Rightarrow (\hat{T}_1, \hat{T}_2, \hat{T}_3) \Rightarrow \Sigma$$

Pertanto ha senso scrivere direttamente

$$\Sigma = \Sigma(\hat{x}, \hat{y})$$

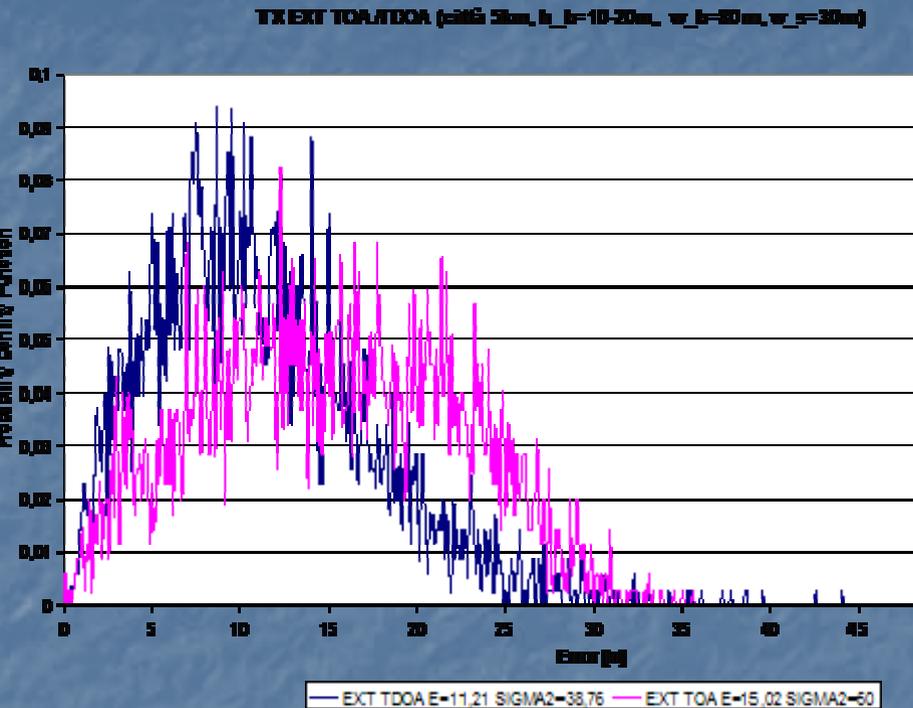


Esempio (1/4)



- scenario urbano circolare ($R = 5$ km) di tipo “Manhattan like”
- Altezza media degli edifici = 15 m
- Lato medio edifici = 80 m / larghezza media strade = 30 m \Rightarrow numero edifici = 6517
- 12 Stazioni fisse di riferimento esterne a 6 km dal centro urbano ed aventi altezza pari a 25 m
- Numero di ricevitori simulati = 3524

Esempio (2/4)



- Densità di probabilità dell'errore di stima della posizione:

- -TDoA:

- $\langle e \rangle \approx 11 \text{ m}, \sigma_e \approx 39 \text{ m}$

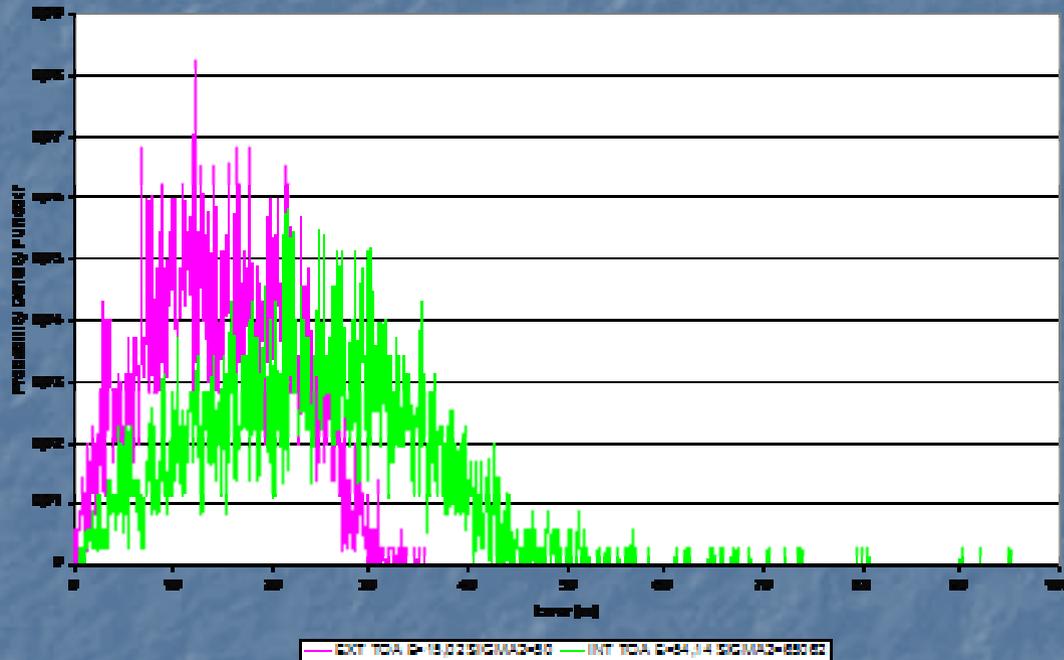
- -ToA

- $\langle e \rangle \approx 15 \text{ m}, \sigma_e \approx 50 \text{ m}$

- A parità di area edificata, l'errore di stima aumenta al crescere del numero di edifici
- A parità del numero di edifici, l'errore di stima aumenta al crescere della altezza media degli edifici

Esempio (3/4)

- Rete di 12 Stazioni Fisse **esterne** all'abitato ($\langle h_{FS} \rangle = 25 \text{ m}$)
- Rete di 12 Stazioni Fisse **interne** all'abitato ($\langle h_{FS} \rangle = \langle h_{build} \rangle = 15 \text{ m}$)



ToA

$\langle e \rangle \approx 15 \text{ m}, \sigma_e \approx 50 \text{ m}$

$\langle e \rangle \approx 50 \text{ m}, \sigma_e \approx 65 \text{ km}$

L'errore di stima della posizione aumenta molto sensibilmente al diminuire dell'altezza delle RSs, a conferma del fatto che la copertura macro cellulare risulta la più appropriata per la radio localizzazione

Esempio (4/4)

- I risultati illustrati nell'esempio sono riferiti alla stima di posizione ottenuta con i metodi euristici
- Ricorrendo all'approccio statistico, si ottengono risultati leggermente (10 %) migliori (il che dimostra la sensatezza dei metodi euristici proposti), ma al prezzo di maggiori tempi di calcolo (2-3 ordini di grandezza)

④ Riduzione della *hearability*: *GDOP* (1/2)

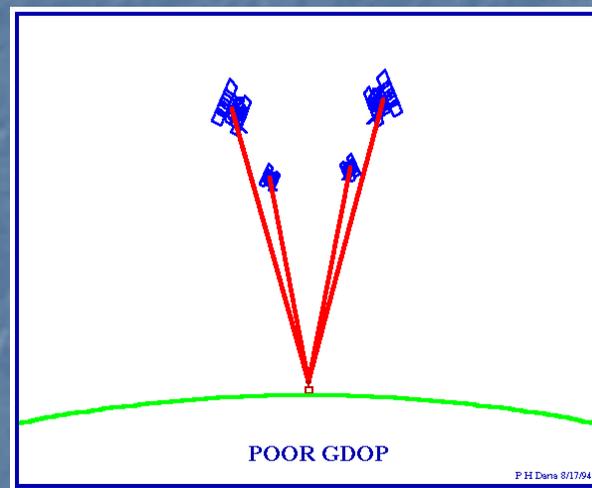
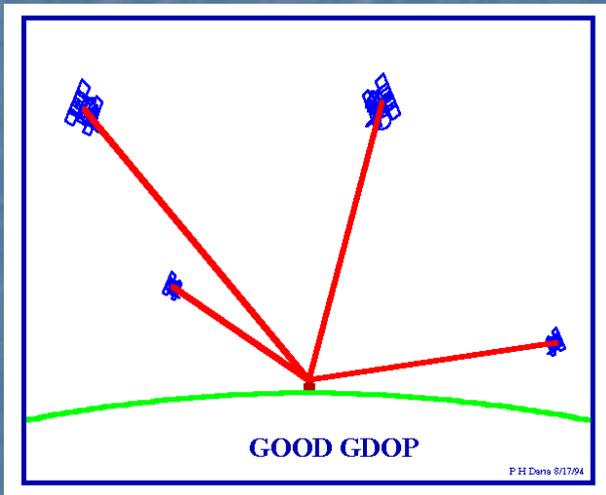
Geometric Dilution of Precision (GDoP)

- ❑ La stima della posizione richiede che il mobile sia in visibilità di (almeno) un certo numero minimo di RSs.
In pratica, non solo il numero, ma anche l'effettiva disposizione delle RSs visibili ha un impatto significativo sulla precisione.
- ❑ Ad ogni configurazione è possibile associare un parametro (GDoP, sempre ≥ 1) che quantifica la “bontà” della configurazione stessa ai fini della radiolocalizzazione. Il valore della GDoP compare come fattore moltiplicativo nel calcolo dell'errore di stima complessivo.
- ❑ Detto σ_m l'errore sulla posizione imputabile agli errori sulla misura dei *location parameters* e σ_{tot} l'errore complessivo finale,

$$\sigma_{tot} = GDoP \cdot \sigma_m$$

④ Riduzione della hearability: GDoP (2/2)

- RSs distribuite in un volume molto ampio (angolo solido elevato) \Rightarrow GDoP basso \Rightarrow situazione favorevole
- RSs distribuite in un volume ristretto (angolo solido piccolo) \Rightarrow GDoP elevato \Rightarrow situazione sfavorevole



- Si usa distinguere fra *Vertical GDoP* e *Horizontal GDoP*, a indicare l'impatto della disposizione delle RSs sulla stima della posizione verticale (altezza) ed orizzontale (latitudine, longitudine)

ESEMPIO

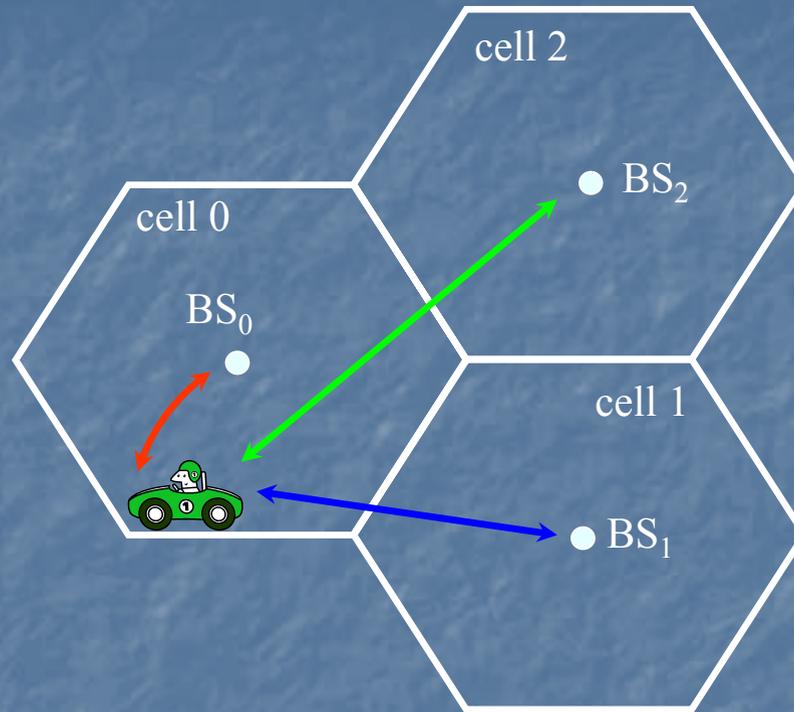
- a) nel sistema GPS, valori tipici di GDoP stanno nel *range* fra 3 e 4;
- b) con riferimento all'esempio precedente, la scelta di RSs equidistanti (cioè ai vertici di un triangolo equilatero) risulta più favorevole rispetto ad altre

④ Riduzione della hearability: MAI (1/3)

■ Multiple Access Interference (MAI)

- in un sistema cellulare, la potenza trasmessa da ogni mobile è calibrata per essere adeguatamente ricevuta dalla *serving BS*; analogamente, le potenze trasmesse da una BS sono calibrate per essere adeguatamente ricevute dai mobili interni alla rispettiva cella (ciò è particolarmente vero nei sistemi CDMA che implementano meccanismi di *Power Control*);
- la localizzazione basata su rete cellulare prevede necessariamente che un mobile “ascolti” anche BSs diverse da quella servente, oppure che una BS “ascolti” anche mobili esterni alla cella di pertinenza; in tal caso, tuttavia, i livelli di potenza possono essere inadeguati ed i segnali eccessivamente interferiti, determinando così una cattiva stima del parametro misurato e quindi un errore sulla valutazione di posizione.

④ Riduzione della hearability: MAI (2/3)



La potenza trasmessa dal mobile è calibrata per essere adeguatamente ricevuta dalla BS₀ (e viceversa); può tuttavia non essere adeguata per essere ricevuta in maniera soddisfacente dalle BSs 1 e 2 per l'interferenza eccessiva prodotta dagli altri collegamenti in atto (*Multiple Access Interference*)

④ Riduzione della hearability: MAI (3/3)

Come limitare l'effetto della MAI ?

- 1) Il *soft handover* (CDMA) di per sé aiuta perché il mobile è collegato simultaneamente con più BSs;
- 2) Sono state definite tecnologie di localizzazione specifiche per limitare il problema della MAI (sistemi CDMA)
 - *Idle Period Down Link (IPDL)*: I segnali trasmessi dalla BSs (a parte quelli necessari al *positioning*) vengono interrotti per brevi intervalli di tempo, riducendo così il livello di interferenza consentendo quindi ai mobili misure più accurate
 - *Time Aligned IPDL*: gli *idle periods* introdotti nella trasmissione delle BSs vengono allineati (tutte le BSs trasmettono negli *idle periods* solo i segnali pilota per il *positioning*) \Rightarrow aumento di *hearability* e quindi di precisione

Esercizio Domanda 1

Un sistema di radiolocalizzazione terrestre basato sul metodo ToA è costituito da 3 stazioni fisse che, in un assegnato sistema di riferimento, hanno coordinate $S_1(0;0)$, $S_2(3 \text{ km};0)$, $S_3(0;6 \text{ km})$.

Si supponga inizialmente che il sistema operi in condizioni ideali e che i ritardi di propagazione relativi ad un terminale che deve essere localizzato siano rispettivamente $t_{01} = 9.428 \text{ msec}$, $t_{02} = 7.453 \text{ msec}$, $t_{03} = 14.9 \text{ msec}$.

calcolare la posizione P del terminale

Soluzione Domanda 1

Sulla base dei ritardi di propagazione assegnati, i raggi delle 3 circonferenze considerate per l'applicazione dell'algoritmo ToA valgono:

$$R_{01} = 2828.4 \text{ m}$$

$$R_{02} = 2236$$

$$R_{03} = 4470 \text{ m}$$

Poiché per ipotesi il sistema opera in condizioni ideali, le 3 CFR di raggi R1, R2 ed R3 passano certamente per l'effettiva posizione del terminale. Come noto, in tal caso le coordinate del terminale sono date dalle seguenti espressioni:

$$x_P = \frac{(y_2 - y_1) \cdot C_3 - (y_2 - y_3) \cdot C_1}{2 \cdot [(x_2 - x_3) \cdot (y_2 - y_1) - (x_2 - x_1) \cdot (y_2 - y_3)]}$$

$$y_P = \frac{(x_2 - x_1) \cdot C_3 - (x_2 - x_3) \cdot C_1}{2 \cdot [(y_2 - y_3) \cdot (x_2 - x_1) - (y_2 - y_1) \cdot (x_2 - x_3)]}$$

$$C_1 = x_2^2 + y_2^2 - x_1^2 - y_1^2 + R_{01}^2 - R_{02}^2$$

$$C_3 = x_2^2 + y_2^2 - x_3^2 - y_3^2 + R_{03}^2 - R_{02}^2$$

Pertanto, nel caso assegnato:

$$C_1 = -0.07523$$

$$C_3 = -24.094$$

E quindi $x_P \sim 2 \text{ km}$, $y_P \sim 2 \text{ km}$.

Esercizio Domanda 2

Si supponga ora che, a causa delle imprecisioni del sistema (risoluzione temporale e condizioni di propagazione non ideali), i ritardi di propagazione misurati τ_i ($i=1,2,3$) differiscano dai rispettivi valori ideali τ_{0i} per un fattore K : $\tau_i = \tau_{0i} \cdot K$
 $i = 1,2,3$

Si assuma K variabile aleatoria avente densità di probabilità:

λ parametro reale.

$$f(k) = \lambda^2 \cdot k \cdot e^{-\lambda k}$$

Sia ε_i l'errore commesso sulla stima raggio della circonferenza i -esima e si supponga che l'errore complessivo ε sulla posizione possa essere espresso come:

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^3 \varepsilon_i}{3}$$

Calcolare il minimo valore di λ affinché l'errore medio commesso nella localizzazione di un terminale che si trova in P sia inferiore a 50 m

(si ricorda che date due variabili aleatorie X e $Y=aX+b \Rightarrow \langle Y \rangle = a \cdot \langle X \rangle + b$)

Soluzione Domanda 2

L'errore sulla misura del tempo di propagazione si ripercuote sulla stima del raggio della circonferanza: $R_i = K \cdot R_{0i}$.

L'errore sulla stima del raggio R_i vale quindi $\varepsilon_i = R_i - R_{0i} = (K-1) \cdot R_{0i}$, e l'errore complessivo:

$$\varepsilon = \frac{\sum_{i=1}^3 \varepsilon_i}{3} = \frac{(K-1) \cdot (R_{01} + R_{02} + R_{03})}{3} = \frac{(R_{01} + R_{02} + R_{03})}{3} K - \frac{(R_{01} + R_{02} + R_{03})}{3}$$

$$\text{Posto } R = (R_{01} + R_{02} + R_{03})/3 = 3178.13$$

$$\varepsilon = R \cdot K - R \Rightarrow \langle \varepsilon \rangle = R \cdot \langle K \rangle - R$$

$$\begin{aligned} \langle K \rangle &= \int_0^{\infty} k \cdot f(k) \cdot dk = \lambda^2 \cdot \int_0^{\infty} k^2 \cdot e^{-\lambda k} \cdot dk = \lambda^2 \cdot \left[k^2 \cdot \frac{e^{-\lambda k}}{-\lambda} \right]_0^{\infty} - 2\lambda^2 \cdot \int_0^{\infty} k \cdot \frac{e^{-\lambda k}}{-\lambda} \cdot dk = \\ &= 0 + 2\lambda \cdot \left[k \cdot \frac{e^{-\lambda k}}{-\lambda} \right]_0^{\infty} - 2\lambda \cdot \int_0^{\infty} \frac{e^{-\lambda k}}{-\lambda} \cdot dk = 2 \cdot \left[\frac{e^{-\lambda k}}{-\lambda} \right]_0^{\infty} = \frac{2}{\lambda} \end{aligned}$$

$$\langle \varepsilon \rangle = R \cdot \frac{2}{\lambda} - R \leq 50 \Rightarrow \lambda \geq \frac{2R}{R + 50} = 1.969$$