
TEORIA ASSIOMATICA DELLA RADIAZIONE

1 Introduzione alle antenne ed alla radiazione elettromagnetica

L'approccio assiomatico-deduttivo allo studio della propagazione elettromagnetica si basa sulla possibilità di poter indagare ed analizzare il comportamento di qualunque sistema elettromagnetico a partire da alcuni assiomi di validità universale.

A seconda del tipo e delle caratteristiche dei sistemi elettromagnetici, tali principi generali possono assumere di volta in volta formulazioni specifiche e particolari. Si consideri, ad esempio, un *circuito elettrico*, ovvero, secondo le definizioni tradizionali, un sistema elettromagnetico in condizioni quasi-stazionarie costituito da componenti diversi, ciascuno caratterizzato da un proprio comportamento individuale, collegati insieme in modo da costituire un sistema più complesso e perciò reciprocamente vincolati a rispettare determinate condizioni; per un tale sistema, il *Principio di Conservazione dell'Energia*, che nella sua accezione più generale afferma che l'energia non si crea e non si distrugge, ma si trasforma soltanto, può essere riformulato in termini del ben noto bilancio fra la potenza erogata dai generatori (P_g) e la somma fra la potenza dissipata per effetto Joule nei componenti resistivi (P_J) e la variazione nell'unità di tempo dell'energia immagazzinata nei componenti reattivi (E_i):

$$P_g = P_J + \frac{d}{dt}E_i \quad [1]$$

Assioma 1 – Antenne e Radiazione Elettromagnetica

Esistono circuiti particolari in cui la conservazione dell'energia non è garantita dai soli termini che compaiono nella [1]; per tali circuiti è allora lecito supporre che una parte non nulla (P_{irr}) della potenza erogata fuoriesca dal circuito, attraversando una qualunque superficie chiusa di dimensioni finite che lo racchiude. In particolare,

$$P_{\text{irr}} = P_g - P_J - \frac{d}{dt} E_i \quad [2]$$

Tali circuiti sono detti *antenne* ed il fenomeno di fuoriuscita energetica dal circuito è noto come *radiazione elettromagnetica*.

A partire da tale definizione, tutte le antenne (in realtà diverse per struttura circuitale e caratteristiche radiative) possono essere descritte per mezzo del seguente *circuito equivalente*

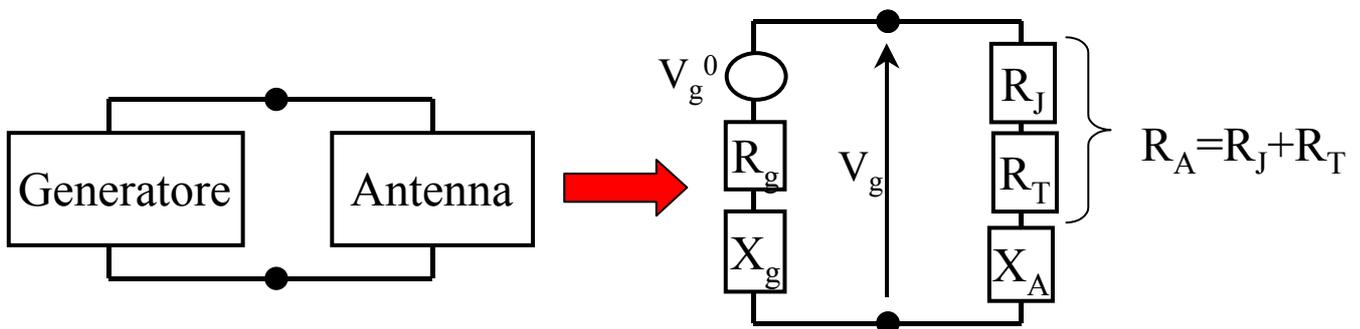


Figura 1: Antenna e circuito equivalente

in cui:

- V_g : tensione imposta dal generatore (trasmettitore);
- $Z_g = R_g + jX_g$: impedenza interna del generatore;
- $Z_a = R_a + jX_a = (R_T + R_J) + jX_a$: impedenza d'antenna;
- R_T : resistenza di radiazione dell'antenna; è l'equivalente circuitale del fenomeno radiativo, nel senso che tale resistenza dissipa, nel circuito equivalente, una potenza pari alla potenza effettivamente irradiata dall'antenna reale:

$$P_{\text{irr}} = \frac{1}{2} R_T \cdot |I|^2$$

- R_J : resistenza che tiene conto delle perdite ohmiche nell'antenna: $P_J = \frac{1}{2} R_J \cdot |I|^2$

Trascurando nel circuito equivalente gli elementi reattivi, il massimo trasferimento di potenza tra generatore e carico (antenna) si ottiene, quando le resistenze di carico e il generatore sono di egual valore ($R_a=R_g$).

Nella pratica, antenna e generatore non sono direttamente a contatto ma sono connessi da un ulteriore elemento, detto linea di trasmissione (cavo coassiale, linea bifilare o guida d'onda); in un collegamento ben fatto, un parametro fondamentale delle linee di trasmissione, detto resistenza caratteristica, va eguagliato alle altre due resistenze considerate. Se ciò avviene, si ottiene effettivamente il massimo trasferimento di potenza tra il generatore e l'antenna, senza che parte della potenza erogata dal generatore venga riflessa al carico.

L'irradiazione elettromagnetica è sempre associata alla propagazione di un'onda elettromagnetica; l'antenna, opportunamente alimentata, genera e *sostiene* in ogni istante di tempo t ed in ogni punto dello spazio P un campo elettrico $\mathbf{e}(P,t)$ ed un campo magnetico $\mathbf{h}(P,t)$ fra loro legati da opportune relazioni di interdipendenza. Le espressioni delle funzioni $\mathbf{e}(P,t)$ ed $\mathbf{h}(P,t)$ dipendono dalle caratteristiche effettive dell'antenna (forma, dimensioni, ecc.) e dalle caratteristiche del mezzo (in termini di conducibilità elettrica σ , permittività elettrica ϵ e permeabilità magnetica μ). In particolare, si supporrà ora e in seguito *mezzi lineari, omogenei, isotropi, tempo-invarianti* (ϵ, μ costanti reali) e *privi di perdite* (cioè $\sigma=0$).

La potenza irradiata (P_{irr}) e più in generale le modalità con cui tale potenza viene irradiata, dipendono dalle caratteristiche dei campi \mathbf{e} ed \mathbf{h} dell'onda elettromagnetica. In particolare,

Assioma 2: Vettore di Poynting

La potenza irradiata P_{irr} attraverso una qualunque superficie chiusa Σ che contiene l'antenna è data dal flusso attraverso Σ del cosiddetto *vettore di Poynting*:

$$\mathbf{S}(P,t) = \mathbf{e}(P,t) \times \mathbf{h}(P,t) \quad \Rightarrow \quad P_{\text{irr}}(t) = \oint_{\Sigma} \mathbf{S}(P,t) \cdot \mathbf{i}_n d\Sigma \quad [3]$$

Adottando l'usuale ipotesi semplificativa di regime stazionario sinusoidale di pulsazione ω , i campi $\mathbf{e}(P,t)$ e $\mathbf{h}(P,t)$ possono essere espressi in funzione dei rispettivi *fasori complessi rappresentativi*, definiti come quei vettori complessi $\mathbf{E}(P)$ ed $\mathbf{H}(P)$ per cui valgono le seguenti relazioni:

$$\mathbf{e}(P,t) = \Re e \left\{ \mathbf{E}(P) \cdot e^{j\omega t} \right\} \quad ; \quad \mathbf{h}(P,t) = \Re e \left\{ \mathbf{H}(P) \cdot e^{j\omega t} \right\} \quad [4]$$

E' allora possibile definire anche il vettore di Poynting complesso e ri-formulare il risultato dell'assioma 2 nel dominio dei fasori. Posto infatti

$$\underline{\mathbf{S}}(\mathbf{P}) = \frac{\underline{\mathbf{E}} \times \underline{\mathbf{H}}^*}{2} \quad [5]$$

risulta

$$P_{\text{irr}} = \Re \left(\oint_{\Sigma} \underline{\mathbf{S}}(\mathbf{P}) \cdot \hat{\mathbf{i}}_n d\Sigma \right) \quad [6]$$

Si osservi che, mentre nella [3] $P_{\text{irr}}(t)$ rappresenta la potenza istantanea che attraversa la superficie Σ , la P_{irr} che compare nella [6] rappresenta invece la potenza media che attraversa la superficie Σ nel periodo T . Si può dimostrare infatti (ad es. G.C. Corazza, *Campi Elettromagnetici*) la seguente proprietà generale dei fasori complessi (e quindi, in particolare, del vettore $\underline{\mathbf{S}}(\mathbf{P})$):

$$\Re \left(\oint_{\Sigma} \underline{\mathbf{S}}(\mathbf{P}) \cdot \hat{\mathbf{i}}_n d\Sigma \right) = \frac{1}{T} \int_0^T \oint_{\Sigma} \overline{\mathbf{S}}(\mathbf{P}, t) \cdot \hat{\mathbf{i}}_n d\Sigma dt$$

2 Antenne ideali elementari

Verranno di seguito introdotte alcune semplici antenne particolarmente importanti poiché, seppur ideali (e quindi in pratica irrealizzabili), rappresentano un utile strumento per lo studio e la comprensione del funzionamento di antenne reali più complesse.

Assioma 3: Antenna ideale puntiforme isotropa

Con tale termine si intende indicare una qualunque sorgente puntiforme che, collocata in S , produce nel generico punto P a distanza r il seguente campo:

$$\underline{\mathbf{E}}(\mathbf{P}) = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{I}}{r} \cdot e^{-j\beta r} \hat{\mathbf{i}}_x \quad [7]$$

$$\underline{\mathbf{H}}(\mathbf{P}) = \frac{\hat{\mathbf{i}}_z \times \underline{\mathbf{E}}(\mathbf{P})}{\eta} = \frac{\mathbf{A} \cdot \mathbf{I}}{\eta r} \cdot e^{-j\beta r} \hat{\mathbf{i}}_y \quad [8]$$

dove $(\hat{\mathbf{i}}_x, \hat{\mathbf{i}}_y, \hat{\mathbf{i}}_z)$ rappresentano i versori di un sistema di riferimento *locale* (cioè dipendente da P) con $\hat{\mathbf{i}}_z$ coincidente col versore radiale ed $\hat{\mathbf{i}}_x, \hat{\mathbf{i}}_y$ versori di un riferimento cartesiano nel piano passante per P e perpendicolare ad $\hat{\mathbf{i}}_z$ (fig. 2); la costante η è detta *impedenza intrinseca del mezzo* e vale $(\mu/\epsilon)^{1/2}$, mentre $\beta = \omega \cdot (\mu\epsilon)^{1/2}$.

La costante I rappresenta il fasore associato alla corrente che percorre il circuito equivalente; in particolare, per le antenne più semplici (le cosiddette *antenne filiformi*) tale corrente percorre effettivamente l'antenna.

La costante A dipende invece in generale dalle proprietà mezzo nel quale avviene la propagazione, dalle caratteristiche dell'antenna (dimensioni, ecc.) e da alcune proprietà dell'alimentazione (come ad esempio la lunghezza d'onda).

La fase del campo descritto dalle [7] e [8] varia lungo il raggio della sfera di centro S , e poiché la direzione lungo la quale varia la fase rappresenta sempre la direzione di propagazione, il campo descritto dalle [7] e [8] si propaga in direzione radiale. Le superfici equifase sono pertanto superfici sferiche, e per questo si parla di onda sferica. Le superfici sferiche sono evidentemente anche superfici equiampiezza, e pertanto l'onda sferica si dice uniforme. I campi \mathbf{E} ed \mathbf{H} sono in fase, reciprocamente ortogonali e perpendicolari alla direzione di propagazione (onda Trasverso-Elettromagnetica – TEM).

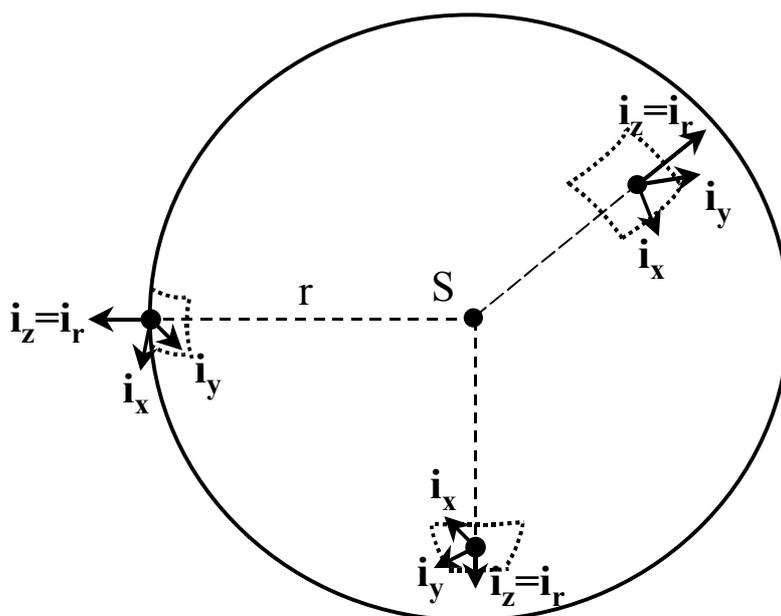


Figura 2: Sorgente ideale puntiforme

Poiché la fase nella [7] ha periodo 2π , si ritrova una superficie equifase di uguale valore dopo una distanza

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \quad [9]$$

detta *lunghezza d'onda*; essa rappresenta una grandezza di base cui fare riferimento per valutazioni di dimensioni nella radiazione, come sarà chiarito in seguito.

Dalle [7] e [8] è immediato ricavare l'espressione del vettore di Poynting:

$$\underline{S} = \frac{1}{2\eta} \cdot \frac{(|A||I|)^2}{r^2} \hat{i}_z$$

che risulta essere un vettore reale – grazie all'ipotesi $\sigma = 0$ – diretto lungo la direzione di propagazione e costante sulle superfici equifase.

Per ogni punto P, nel piano perpendicolare al raggio spiccato da S e passante per P, è ovviamente possibile individuare un'infinità di riferimenti ortonormali (\hat{i}_x, \hat{i}_y); l'assioma 3 non specifica, fra essi, alcun riferimento particolare che individui univocamente le direzioni dei campi \mathbf{E} ed \mathbf{H} . Tale indeterminazione è giustificata dal fatto che affinché una sorgente possa dirsi isotropa è sufficiente che generi un'onda sferica uniforme TEM, a prescindere dalle particolari direzioni dei campi \mathbf{E} ed \mathbf{H} nel piano perpendicolare, in ogni punto, alla direzione radiale.

Assioma 4: Antenna ideale puntiforme

Differisce dall'antenna isotropa per il solo fatto che il campo irradiato dipende anche dalla direzione che individua il punto P rispetto ad S, ovvero dagli angoli θ e ϕ di figura 3:

$$\overline{\mathbf{E}}(\mathbf{P}) = \frac{A \cdot I}{r} \cdot B(\theta, \phi) \cdot e^{-j\beta r} \hat{i}_x \quad [10]$$

$$\overline{\mathbf{H}}(\mathbf{P}) = \frac{\hat{i}_z \times \overline{\mathbf{E}}(\mathbf{P})}{\eta} = \frac{A \cdot I \cdot B(\theta, \phi)}{\eta r} \cdot e^{-j\beta r} \hat{i}_y \quad [11]$$

L'onda irradiata è cioè ancora sferica e TEM, ma uniforme solo *localmente*, nel senso che l'ampiezza è ora costante solo su elementi infinitesimi dei fronti d'onda sferici.

Analogamente, il vettore di Poynting risulta ancora reale ed orientato nella direzione di propagazione, ma non più costante sulle superfici equifase:

$$\underline{S} = \frac{1}{2\eta} \cdot \frac{(|A||I|)^2}{r^2} \cdot |B(\theta, \phi)|^2 \hat{i}_z \quad [12]$$

Come nel caso isotropo, risulta poi $\lambda = 2\pi/\beta$.

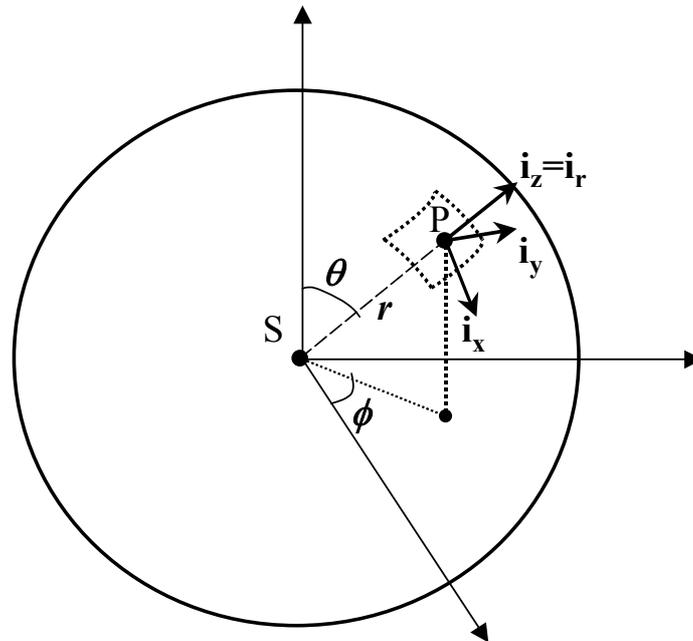


Figura 3: sorgente ideale puntiforme

L'antenna ideale puntiforme rappresenta un importante caso di riferimento generale poiché ad essa può sempre essere assimilata una qualunque antenna reale, a patto che

$$r \gg \lambda \quad ; \quad r \gg D \quad [13]$$

dove D rappresenta la massima dimensione dell'antenna. *Purché valgano le [13], cioè, il campo irradiato da una qualunque antenna reale può essere sempre rappresentato per mezzo delle espressioni [10] e [11].*

Per un'antenna reale per cui valgano le [13], il centro delle onde sferiche rappresentate dalle [10] e [11] prende il nome di *centro di fase dell'antenna*.

Salvo avviso contrario, supporremo nel proseguo le [13] sempre verificate, e pertanto le [10], [11] e [12] rappresenteranno le espressioni generali del campo irradiato e del vettore di Poynting ad esso associato.

3 Grandezze caratteristiche della radiazione

Le definizioni introdotte nei paragrafi precedenti e le espressioni generali del campo irradiato da un'antenna generica (puntiforme ideale o reale purché valgano le [13]) permettono di definire immediatamente un certo numero di importanti funzioni, che descrivono il comportamento di un'antenna ed in particolare le sue proprietà di radiazione.

3.1 Intensità di radiazione e diagramma di radiazione

Si definisce *densità di potenza* quella funzione $S(r,\theta,\phi)$ [W/m²] per cui, presa una superficie sferica Σ contenente le sorgenti, risulta

$$P_{\text{irr}} = \int_{\Sigma} S(r, \theta, \phi) d\Sigma \quad [14]$$

Poiché il vettore di Poynting, nelle ipotesi fatte, è reale e diretto radialmente, risulta:

$$P_{\text{irr}} = \Re \left(\oint_{\Sigma} \vec{S}(\mathbf{P}) \cdot \hat{\mathbf{i}}_n d\Sigma \right) = \oint_{\Sigma} \vec{S}(\mathbf{P}) \cdot \hat{\mathbf{i}}_n d\Sigma = \oint_{\Sigma} |\vec{S}(\mathbf{P})| \hat{\mathbf{i}}_z \cdot \hat{\mathbf{i}}_n d\Sigma = \int_{\Sigma} |\vec{S}(\mathbf{P})| d\Sigma \quad [15]$$

Confrontando le [14] e [15] è immediato concludere che *per un'antenna ideale puntiforme (eventualmente isotropa), ovvero per un'antenna reale per cui valgano le [13] la densità di potenza coincide con il modulo del vettore di Poynting:*

$$S(r, \theta, \phi) = |\vec{S}(r, \theta, \phi)|$$

In particolare, nel caso isotropo risulta:

$$P_{\text{irr}} = \int_{\Sigma} S(r, \theta, \phi) d\Sigma = \int_{\Sigma} \frac{1}{2\eta} \frac{(|I||A|)^2}{r^2} d\Sigma = \frac{1}{2\eta} \frac{(|I||A|)^2}{r^2} \int_{\Sigma} d\Sigma = \frac{1}{2\eta} \frac{(|I||A|)^2}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{2\pi(|I||A|)^2}{\eta} \quad [16]$$

dalla quale è possibile ricavare la seguente espressione della densità di potenza di un'antenna isotropa:

$$S(r, \theta, \phi) = \frac{1}{2\eta} \cdot \frac{(|I||A|)^2}{r^2} = \frac{P_{\text{irr}}}{4\pi r^2}$$

A partire dall'espressione della densità di potenza, è possibile definire *intensità di radiazione* la funzione:

$$I(\theta, \phi) = r^2 \cdot S(r, \theta, \phi) \quad [17]$$

Essendosi eliminata la dipendenza dalla distanza (dato che S va come $1/r^2$), l'intensità di radiazione esprime in maniera esclusiva le proprietà direzionali dell'antenna. Tale proprietà è resa ancor più evidente dalla seguente relazione:

$$P_{\text{irr}} = \int_{\Sigma} S(r, \theta, \phi) d\Sigma = \int_{\Sigma} S(r, \theta, \phi) \cdot r^2 \sin\theta \, d\theta d\phi = \int_{4\pi} I(\theta, \phi) d\Omega \quad [18]$$

che mostra come $I(\theta, \phi) d\Omega$ rappresenti la potenza irradiata entro l'angolo solido infinitesimo $d\Omega$ centrato attorno alla direzione (θ, ϕ) (e quindi $I(\theta, \phi)$ rappresenta, come si usa dire, la potenza irradiata in tale direzione). Nel caso isotropo si ottiene immediatamente

$$I(\theta, \phi) = \frac{(|I||A|)^2}{2\eta} = \frac{P_{\text{irr}}}{4\pi} = \text{costante}$$

che mette in evidenza come un'antenna isotropa irradia la stessa potenza in tutte le direzioni dello spazio.

L'espressione della intensità di radiazione permette di individuare la cosiddetta *direzione di massimo*, ovvero la coppia di valori $(\theta_{\text{MAX}}, \phi_{\text{MAX}})$ che restituisce il valore massimo di I (indicato nel seguito con I_M), ovvero, per ogni r , il valore massimo di S (indicato nel seguito con S_M).

Si definisce allora *intensità di radiazione normalizzata* la funzione

$$i(r, \theta, \phi) = i(\theta, \phi) = \frac{S(r, \theta, \phi)}{S(r, \theta_{\text{MAX}}, \phi_{\text{MAX}})} = \frac{S}{S_M} = \frac{I(\theta, \phi)}{I(\theta_{\text{MAX}}, \phi_{\text{MAX}})} = \frac{I}{I_M} \quad [19]$$

Nel caso isotropo, ovviamente $i(\theta, \phi) = 1$.

Per mezzo di tale funzione si può dare una suggestiva rappresentazione spaziale in coordinate sferiche delle le proprietà direzionali dell'antenna. Basta allo scopo definire la funzione:

$$r = f(\vartheta, \varphi) = \sqrt{i(\vartheta, \varphi)} \quad [20]$$

Nella Figura 4 sono rappresentate delle sezioni piane della superficie dello spazio data dalla [20], dette diagrammi di radiazione. Nel caso specifico si tratta del comportamento di particolari ma popolari antenne, dette a dipolo, poste nell'origine, il cui comportamento è in effetti indipendente dall'angolo φ . Quello che è

rappresentato è il diagramma di radiazione ottenuto sezionando con il piano zy . Tuttavia non varierebbe per qualunque altro piano passante per l'asse z , ma avente giacitura φ arbitraria.

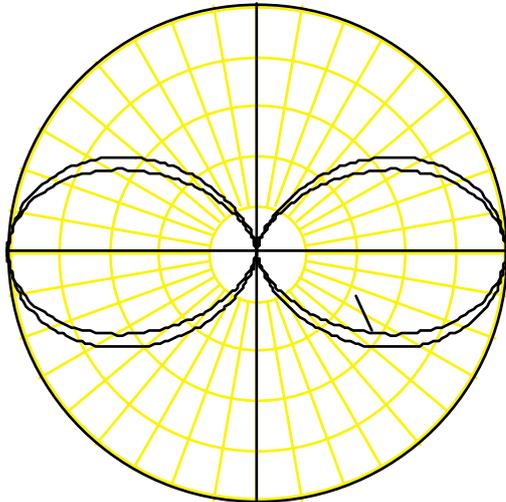


Figura 4 Andamento di $\sqrt{i(\vartheta, \varphi)}$ per dipoli posti nell'origine e con corrente diretta secondo l'asse z .

3.2 Guadagni, efficienza ed area efficace

Quanto sopra impostato ci consente di introdurre altri due parametri caratteristici delle antenne. Il primo è detto *guadagno in direttività*, o a volte semplicemente *direttività*. Si ottiene confrontando la potenza irradiata dalla antenna con quella che irradierebbe una antenna isotropa avente intensità di radiazione pari al valore I_M che l'antenna data ottiene nella sua direzione di massimo. Si ha cioè:

$$d = \frac{4\pi \cdot I_M}{P_{\text{irr}}} = \frac{4\pi \cdot r^2 S_M}{P_{\text{irr}}} \quad [21]$$

Poichè l'antenna isotropa, per sua definizione, irradia la stessa densità di potenza in tutte le direzioni, d è maggiore di 1, a volte anche considerevolmente, per antenne reali. Oltre a d si utilizza anche il cosiddetto *guadagno in potenza* g , che differisce da d perché a denominatore compare P_g in luogo di P_{irr} in una espressione come la [21].

Definendo *rendimento* (o *efficienza*) di un antenna la quantità

$$\eta = \frac{P_{\text{irr}}}{(P_{\text{irr}} + P_J)} = \frac{P_{\text{irr}}}{P_g} \quad [22]$$

risulta immediatamente $g = \eta d$. Antenne ben progettate hanno rendimento prossimo a 1 e pertanto spesso risulta $g \approx d$.

Un altro parametro interessante è la cosiddetta *area efficace o di cattura*, che esprime la capacità dell'antenna in ricezione di trasformare la densità di potenza da cui è investita in potenza ricevuta P_r . Tale quantità vale:

$$A_e = \frac{P_r}{S_M} \quad [23]$$

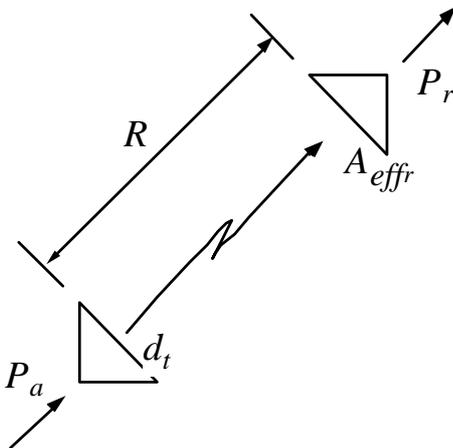
La valutazione di A_e va fatta mettendosi nelle condizioni che massimizzano la potenza ricevuta: in particolare orientando opportunamente le due antenne, quella ricevente, di cui si vuole A_e , e quella emittente, che deve produrre S_M .

4 Calcolo di un radiocollegamento

Con riferimento ora alla Figura 5, è possibile effettuare il classico calcolo di collegamento, ovvero la valutazione della potenza ricevuta in funzione di quella emessa, della distanza R e delle caratteristiche delle due antenne impiegate.

Risolvendo la [23] rispetto a P_r è immediato ottenere

$$P_r = A_e \cdot S_M \quad [24]$$



Tratto S_M dalla (21), e introdotto nella (24) si ottiene:

$$P_r = A_e \cdot \frac{P_{irr} \cdot d_t}{4\pi r^2} \quad [25]$$

Dalla [25] si possono ricavare formulazioni alternative, mettendo in evidenza anche la frequenza del collegamento. A tale scopo bisogna introdurre una relazione fondamentale che vale per tutte le antenne e che viene qui anticipata senza dimostrazione:

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot g \quad [26]$$

Si ottiene per sostituzione:

Figura 5 - Collegamento fra due antenne, poste a distanza R l'una dall'altra. E' possibile calcolare la potenza P_r ricevuta dall'antenna ricevente, qualora sia nota la potenza di alimentazione, P_a , dell'antenna trasmittente e le caratteristiche delle due antenne.

$$P_r = \frac{\lambda^2}{4\pi} \cdot g_r \frac{\eta_t P_g d_t}{4\pi r^2} = g_t \cdot g_r \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \cdot P_g \quad [27]$$

Tale formula viene usualmente indicata come *formula di trasmissione* o *formula di Friis*.

Di tale formula è molto utile la formulazione in *dB* ottenibile prendendo $10 \log_{10}$ di ambo i membri dopo averli divisi per una potenza pari a un *mW*

$$P_{r_{dBm}} = P_{g_{dBm}} + G_T + G_R - 20 \log_{10} \left(\frac{4\pi R}{\lambda} \right) \quad [28]$$

dove si sono introdotti i pedici per specificare le diverse antenne. Si noti che in questo modo le potenze vengono ad essere espresse in una unità di misura logaritmica detta *dBm*. L'ultimo termine della somma (a meno del segno) è definito *attenuazione isotropa di spazio libero*, perché corrisponde a quella che si verificherebbe tra due antenne isotrope ideali ($G_T=G_R=0$). La differenza in *dB* tra i valori di P_g e di P_r è detta invece *attenuazione di spazio libero, o di tratta radio ideale*.

La [28] vale infatti rigorosamente solo nel caso ideale in cui le antenne siano completamente “immerse” in un mezzo normale omogeneo privo di perdite; in realtà, la presenza del terreno, dell’atmosfera e di ogni altro oggetto (edifici, colline, vegetazione, ecc.) modifica lo scenario di propagazione allontanandolo sensibilmente dalle condizioni di spazio libero. In molte circostanze, quindi, l’*attenuazione di tratta reale* risulta assai diversa da quella di tratta ideale; in tali casi, le equazioni [27] e [28] devono essere opportunamente modificate per consentire previsioni ancora soddisfacenti.

5 Esempio: dipolo infinitesimo (o elementare)

Fra le varie antenne, le *antenne a filo* rappresentano certamente la categoria più semplice, economica e versatile.

Senza necessità di entrare in dettagli qui inessenziali, si può definire un'antenna a filo come un filo conduttore (lineare o curvo) percorso da corrente.

Il *dipolo infinitesimo* rappresenta l'esempio più semplice di antenne a filo: si tratta di un filo lineare di lunghezza infinitesima (cioè in pratica $\lambda \ll \lambda$) e di diametro infinitesimo ($a \ll \lambda$). Si tratta di un tipo di antenna di per sé non molto pratico, ma largamente utilizzato come elemento costitutivo di geometrie più complesse.

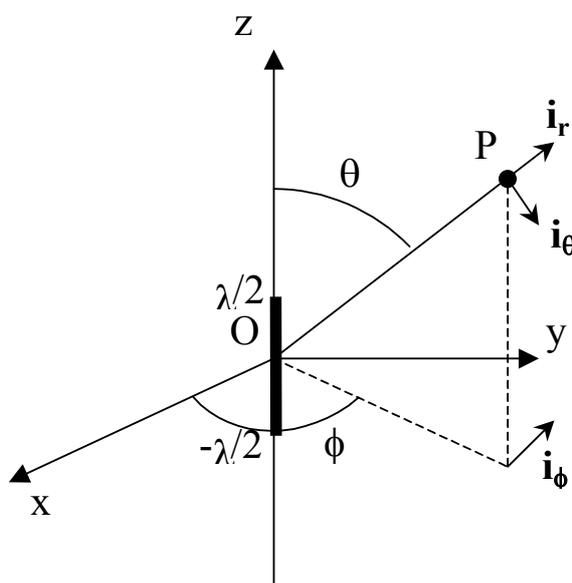


Figura 1 – Dipolo infinitesimo

Indicando con I_0 la corrente che percorre il dipolo, e fissato un sistema di riferimento sferico centrato nel centro del dipolo ed avente l'asse z orientato concordemente al dipolo (fig. 1), si può dimostrare che il campo irradiato a grande distanza può essere espresso come:

$$\vec{E}(P) = \vec{E}(r, \theta, \phi) \approx \frac{j\eta \cdot I_0 \cdot \lambda}{2\lambda} \cdot \sin\theta \cdot \frac{e^{-j\beta r}}{r} \cdot \vec{i}_\theta \quad [29]$$

$$\vec{H}(P) = \vec{H}(r, \theta, \phi) \approx \frac{j \cdot I_0 \cdot \lambda}{2\lambda} \cdot \sin\theta \cdot \frac{e^{-j\beta r}}{r} \cdot \vec{i}_\phi \quad [30]$$

Le [29] e [30] rappresentano cioè le espressioni *particolari* che le espressioni *generali* dell'assioma 4 assumono nel caso in cui l'antenna sia un dipolo elementare. Si può osservare allora che:

- $I = I_0$ rappresenta il fasore associato alla corrente che percorre il dipolo;
- $A = \frac{j\eta \cdot \lambda}{2\lambda}$: come anticipato, il valore di A dipende dal mezzo (η), dalle caratteristiche del dipolo (λ) e dalla lunghezza d'onda (λ);
- $B(\theta, \phi) = \sin\theta$, indipendente da ϕ per evidenti ragioni di simmetria;
- $(\hat{i}_x, \hat{i}_y) = (\hat{i}_\theta, \hat{i}_\phi)$: il riferimento cartesiano *locale* che individua, in ogni punto, le direzioni dei vettori \mathbf{E} ed \mathbf{H} coincide con la coppia di versori $(\mathbf{i}_\theta, \mathbf{i}_\phi)$ del riferimento sferico assoluto introdotto in precedenza. Si osservi che il problema dell'indeterminatezza di \mathbf{i}_ϕ per $\theta=0$ in realtà non si pone, dato l'annullarsi del campo in tale direzione.

A partire dalle [29] e [30] è immediato il calcolo del vettore di Poynting:

$$\mathbf{S}(\mathbf{P}) = \frac{\left(\frac{j\eta \cdot I_0 \lambda}{2\lambda} \sin\theta \cdot \frac{e^{-j\beta r}}{r} \right) \cdot \left(\frac{-j \cdot I_0^* \lambda}{2\lambda} \sin\theta \cdot \frac{e^{+j\beta r}}{r} \right)}{2} \hat{i}_\theta \times \hat{i}_\phi = \frac{\eta}{2} \left(\frac{|I_0| \lambda}{2\lambda} \right)^2 \frac{\sin^2\theta}{r^2} \hat{i}_r \quad [31]$$

da cui si ricava immediatamente:

$$1. \quad P_{\text{irr}} = \frac{\pi}{3} \eta \left(\frac{I_0 \lambda}{\lambda} \right)^2 \quad \Rightarrow \quad R_T = \frac{2\pi\eta}{3} \cdot \left(\frac{1}{\lambda} \right)^2 \approx 80\pi^2 \cdot \left(\frac{1}{\lambda} \right)^2$$

$$2. \quad S(r, \theta, \phi) = \frac{\eta}{2} \left(\frac{I_0 \lambda}{2\lambda} \right)^2 \frac{\sin^2\theta}{r^2}$$

$$3. \quad I(\theta, \phi) = \frac{\eta}{2} \left(\frac{I_0 \lambda}{2\lambda} \right)^2 \sin^2\theta \quad \Rightarrow \quad i(\theta, \phi) = \sin^2\theta \quad \Rightarrow \quad f(\theta, \phi) = \sin\theta$$

$$4. \quad d = \frac{3}{2} \quad \Rightarrow \quad A_e = \frac{3\lambda^2}{8\pi}$$

E' evidente, infine, che le espressioni [29] e [30] (e tutte quelle da esse ricavate) sono pesantemente vincolate alla scelta opportuna del sistema di riferimento: se, ad esempio, il dipolo fosse orientato lungo l'asse x anziché z , le espressioni del campo irradiato non sarebbero affatto rappresentate dalle [29] e [30]. Pertanto, detto \hat{d} il versore che indica la generica orientazione del dipolo, è possibile esprimere il campo

irradiato per mezzo delle seguenti espressioni, indipendenti dalla particolare orientazione degli assi:

$$\vec{E}(\mathbf{P}) = \vec{E}(r, \theta, \phi) \approx \frac{j\eta \cdot I_0 \cdot \lambda}{2\lambda} \cdot \frac{e^{-j\beta r}}{r} \cdot \hat{\mathbf{i}}_r \times \hat{\mathbf{d}} \times \hat{\mathbf{i}}_r \quad [32]$$

$$\vec{H}(\mathbf{P}) = \vec{H}(r, \theta, \phi) \approx \frac{\hat{\mathbf{i}}_r \times \vec{E}(\mathbf{P})}{\eta} \quad [33]$$