Capitolo 2

LA RADIAZIONE DI ONDE ELETTROMAGNETICHE

2.1 L’antenna ed il suo circuito equivalente

Alcune delle caratteristiche fondamentali della radiazione di onde elettromagnetiche possono essere derivate, sulla base di considerazioni circuitali ed energetiche, con riferimento ad un esperimento tipico che ciascuno di noi può immaginare di svolgere disponendo di poco più di una comune coppia di walkie-talkie. Essi contengono una sorgente di energia (batteria), in grado di azionare un generatore a radiofrequenza. Questo generatore (di tensione) risulta connesso al dispositivo che comunemente viene denominato **antenna,** che, nel caso specifico, risulta essere un conduttore filiforme. Si osserva allora, sperimentalmente, che una parte della potenza del generatore viene assorbita dal dispositivo medesimo. Si potrebbe congetturare che tale potenza è stata assorbita dall'antenna come accade per un normale carico. Ma per antenne ben fatte, si può riscontrare che questa potenza non viene assorbita per dissipazione termica. Si deve dunque ipotizzare l'esistenza di un ulteriore fenomeno in grado di estrarre potenza dal generatore, attraverso l'intermediazione dell'antenna: è la **radiazione elettromagnetica**. La **potenza irradiata** abbandona il circuito elettrico per non rientrarvi mai più, così come accade per quella dissipata per effetto joule che si trasforma in termica. L'evidenza della potenza irradiata è fornita dal secondo walkie-talkie, che, dotato di circuiti di rivelazione delle onde elettromagnetiche, manifesta attraverso l'altoparlante la presenza del segnale irradiato dall'altro elemento della coppia. Le caratteristiche di questa **captazione** sono tali per cui più ci si allontana e più il collegamento è difficoltoso; inoltre il bilancio energetico dell'apparecchio in **emissione** non dipende dal fatto che il secondo sia vicino o lontano, nè dal fatto che si utilizzino in ricezione più apparecchi. Ciò non accade nei circuiti elettrici ordinari dove il bilancio energetico è strettamente dipendente dal carico: qui dobbiamo concludere che i ricevitori, pur usufruendo di parte dell'energia del generatore, non entrano nel bilancio energetico, che è solo dipendente dalle caratteristiche della sezione emittente. Dal punto di vista circuitale, l'esistenza della radiazione può allora essere schematizzata con l'attribuzione all'antenna in emissione di una resistenza di carico, detta **resistenza di radiazione**, di valore tale da giustificare la potenza che effettivamente viene ceduta dal generatore all'antenna.

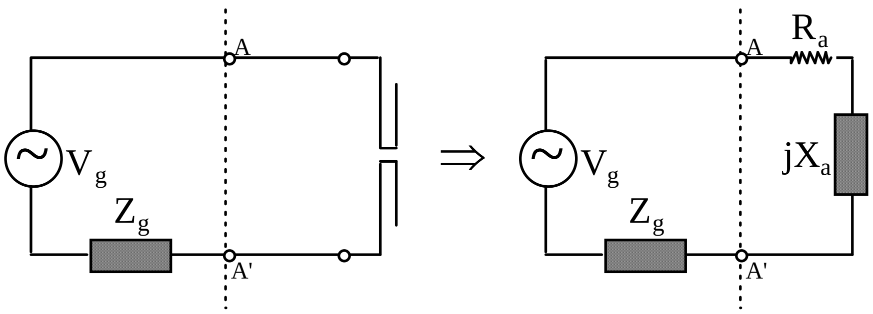


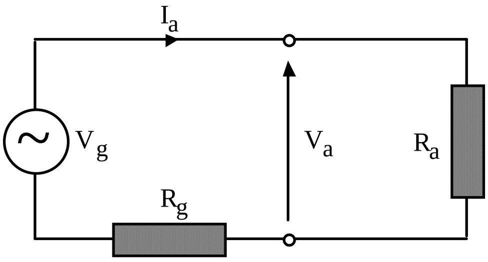
Figura 2.1 - Generatore ad alta frequenza connesso con una antenna tramite una linea di trasmissione. Ai fini del bilancio energetico, tutto ciò che è a destra dei morsetti A-A' del generatore è schematizzabile attraverso una impedenza equivalente, l'impedenza d'antenna.

Nella Figura 2.1 si può vedere una schematizzazione di quanto sopra detto: nel secondo circuito, l'antenna è sostituita dal suo equivalente circuitale; come indicato, in generale l'antenna è equivalente ad una impedenza. In pratica, per buoni progetti, l'antenna conviene che si presenti come una pura resistenza: in tal caso ciò è vero anche per la impedenza del generatore, per motivi di massimizzazione del trasferimento di potenza.

Nella Figura 2.2 è rappresentato il circuito equivalente di questa situazione; il massimo trasferimento di potenza tra generatore e carico si ottiene (per impedenze in gioco tutte resistive), quando il carico e il generatore sono di egual valore.

Nella pratica, essi non sono direttamente a contatto ma sono connessi da un ulteriore elemento, detto **linea di trasmissione** (**cavo coassiale**, **linea bifilare** o **guida d'onda**). In un collegamento ben fatto, un parametro fondamentale delle linee di trasmissione, detto **impedenza caratteristica**, va eguagliato alle altre due resistenze considerate. Se ciò avviene, si ottiene effettivamente il massimo trasferimento di potenza tra generatore e carico (antenna), senza che parte della potenza erogata dal generatore rimbalzi indietro dopo aver raggiunto l'antenna.

$$I_a = \frac{V_g}{R_g + R_a}$$



$$V_a = \frac{R_a}{R_g + R_a} V_g$$

$$P_a = \frac{R_a}{2} \frac{|V_g|^2}{(R_a + R_g)^2} = \frac{|V_g|^2}{2R_g} \frac{R_a}{R_g\left(1 + \frac{R_a}{R_g}\right)^2} \qquad P_{a_{Max}} = \frac{|V_g|^2}{8\,R_a}$$

Figura 2.2 - Eliminata la parte relativa si ha il massimo di potenza irradiata in condizioni di eguaglianza della resistenza d'antenna e di generatore.

Una schematizzazione più accurata della antenna richiederebbe l'introduzione di una ulteriore resistenza in serie, responsabile dei fenomeni di dissipazione che sono inevitabili dal momento che essa è percorsa da corrente. In tal caso solo parte della potenza erogata dal generatore viene effettivamente irradiata; detta P_a la potenza irradiata, P_j quella dissipata e P_g quella erogata dal generatore, si può definire un rendimento di antenna, η, attraverso la relazione:

$$\eta = \frac{P_a}{\left(P_a + P_j\right)} = \frac{P_a}{P_g} \tag{2.1}$$

Antenne ben progettate hanno il rendimento prossimo ad uno, cioè hanno resistenze di dissipazione piccole rispetto a quelle di radiazione.

2.2 Intensità e diagramma di radiazione di un’antenna

Si possono ora sviluppare le conseguenze dell'esperimento precedente. Se nello spazio sede di propagazione non ci sono perdite, cioè non c'è nulla che possa dar luogo ad assorbimento di energia in alcun modo, allora l'energia che attraversa una qualunque superficie sferica di raggio *r*, deve essere sempre pari al medesimo valore

E_a. Infatti la visione che abbiamo costruito prevede che l'energia si allontani dall'apparato emittente senza più tornarvi. Per due valori di r, pari a R_o e R, vale allora la:

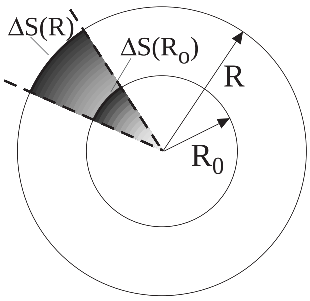
$$E(R_o) = E(R) = E_a \tag{2.2}$$

Se il fenomeno è periodico ed in ogni intervallo T si ha la emissione di una stessa quantità di energia, le relazioni precedenti possono essere estese ai valori medi di potenza ottenibili dividendo le energie per T.

$$P(R_o) = P(R) = P_a \tag{2.3}$$

Supponiamo per un momento che l'antenna non abbia nessuna direzione preferenziale nella sua irradiazione. Tale antenna non esiste in pratica, ma è un utile riferimento: è detta **antenna isotropa**. E' possibile definire allora una densità di potenza S, intesa come potenza per unità di superficie sferica, costante per tutta la superficie sferica, di valore:

$$S = \frac{P_a}{4\,\pi\,R^2} \qquad \text{(in Watt / m}^2\text{)} \tag{2.4}$$



$$P_a = P(R_0) = P(R)$$

$$S = \frac{P_a}{4\,\pi\,R^2}$$

$$S = \textit{densità di potenza}\ (\text{Watt / m}^2)$$

Figura 2.3 - Conservazione della potenza ed espressione della densità di potenza per un'irradiazione isotropa.

In Figura 2.3 è rappre-sentato lo schema necessario per questo calcolo, La successiva Figura 2.4 introduce invece un sistema di coordinate alternativo a quello cartesiano ortogonale, il **sistema di coordinate sferico.**

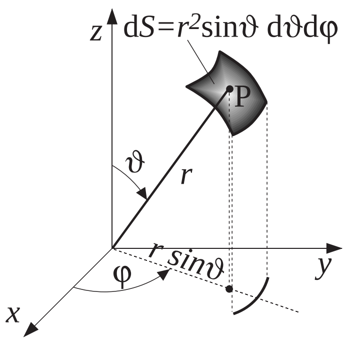


Figura 2.4 Rappresentazione di un punto P in un sistema di coordinate cartesiane ortogonale x, y, z o sferico r, ϑ, φ.

In esso la posizione di un punto P nello spazio è definita dalla distanza r dall'origine O, dall'angolo ϑ rispetto all'asse z e dall'angolo φ che individua la sua proiezione sul piano xy. Il punto P si ottiene come intersezione di tre superficie che sono: una superficie sferica, una conica e un piano, definite da valori costanti di una delle tre coordinate (vedere Appendice). In coordinate cartesiane, P è determinato dall'intersezione di tre piani. Una direzione dello spazio è individuata da una coppia di valori degli angoli ϑ,φ. Fissato un punto sulla superficie sferica di raggio R, si individua una direzione. In generale una antenna non ha una densità di potenza S costante per ogni direzione, ma variabile a seconda di essa. Per estensione del precedente ragionamento si può invece comprendere come la dipendenza da r rimane secondo la legge dell'inverso del quadrato, separata rispetto alla dipendenza dalle altre coordinate. Tutto ciò è vero a grande distanza dalla antenna emettitrice, regione dello spazio dove assumono validità le considerazioni esposte in questo paragrafo. Ciò è intuitivamente comprensibile figurandosi che la direzione di fuga dell'energia dall'antenna sia costantemente radiale e che pertanto la conservazione dell'energia valga non soltanto per superficie chiuse come quelle sferiche, ma anche per porzioni di esse, come mostrato in Figura 2.3. In essa si sono identificate con ΔS alle distanze R_0 e R, le due porzioni di superficie sferica in esame. Se non c'è fuga sulle pareti laterali del cono che così si definisce, la potenza sulle due porzioni di superficie deve essere la medesima: di conseguenza la densità di potenza S deve essere inversamente proporzionale al quadrato del raggio della sfera.

Omettendo di esplicitare la dipendenza da r, nel seguito del paragrafo si indicherà in generale la densità di potenza come $S(\vartheta,\varphi)$.

Nel caso di densità di potenza costante, semplicemente moltiplicando S per l'area della superficie sferica di raggio R si ottiene la potenza P_a; quando S è variabile con la direzione si deve invece effettuare una integrazione:

$$P_a = \int_{\text{sfera di raggio R}} S \quad dS \tag{2.5}$$

Se ora si esamina l'andamento di $S(\vartheta,\varphi)$, si può desumerne il valore massimo S_M, corrispondente alla direzione individuata sulla sfera dal punto M; si può allora denominare $S(P)$, il valore generico di S e $S(M)$ il valore corrispondente alla direzione di massimo. Con queste precisazioni appare logico definire una grandezza:

$$i\,(P) \;=\; \frac{S}{S_M} \;=\; i\,(\vartheta,\varphi) \tag{2.6}$$

Essa è detta **intensità di radiazione normalizzata** e, essendosi eliminata la dipendenza dalla distanza, esprime in maniera esclusiva le proprietà direzionali dell'antenna. Di essa si può dare una suggestiva rappresentazione spaziale in coordinate sferiche. Basta allo scopo definire la funzione:

$$r = f(\vartheta, \varphi) = \sqrt{i(\vartheta, \varphi)} \tag{2.7}$$

Nella Figura 2.5 sono rappresentate delle sezioni piane della superficie dello spazio data dalla (2.7), dette **diagrammi di radiazione**. Nel caso specifico si tratta del comportamento di particolari ma popolari antenne, dette a **dipolo,** poste nell'origine, il cui comportamento è in effetti indipendente dall'angolo φ. Quello che è rappresentato è il diagramma di radiazione ottenuto sezionando con il piano zy. Tuttavia non varierebbe per qualunque altro piano passante per l'asse z, ma avente giacitura φ arbitraria.

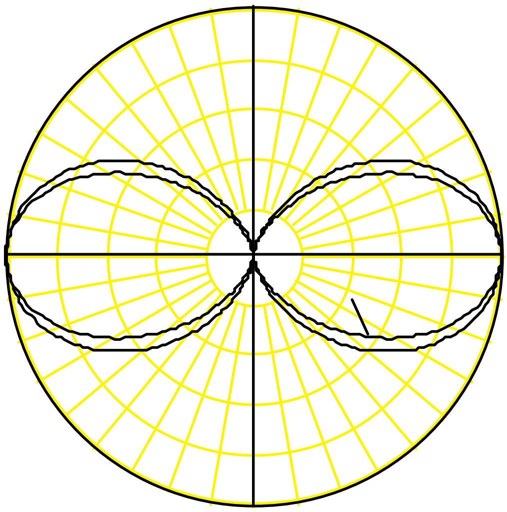


Figura 2.5 Andamento di $\sqrt{i(\vartheta, \varphi)}$ per dipoli posti nell'origine e con corrente diretta secondo l'asse z.

2.3 Direttività, guadagno e area efficace di un'antenna

Quanto sopra impostato ci consente di introdurre altri due parametri caratteristici delle antenne. Il primo è detto **guadagno in direttività**, o a volte semplicemente **direttività**. Si ottiene confrontando la potenza emessa dalla antenna con quella necessaria ad una antenna isotropa per ottenere lo stesso valore massimo *S(M)* che la antenna data ottiene nella sua direzione preferenziale. Si ha:

$$d = \frac{4\pi R^2 S(M)}{P_a} \tag{2.8}$$

Poichè l'antenna isotropa, per sua definizione, è costretta ad irradiare la stessa densità di potenza in tutte le direzioni, d è maggiore di 1, a volte anche considerevolmente, per antenne reali. Oltre a d si utilizza anche il cosiddetto **guadagno in potenza g**, che differisce da d perchè a denominatore compare P_g in luogo di P_a in una espressione come la (2.8). Per antenne con rendimento vicino ad uno le due grandezze sono spesso confuse.

Un altro parametro interessante è la cosiddetta **area efficace o di cattura**, che esprime la capacità dell'antenna in ricezione di trasformare la densità di potenza da cui è investita in potenza ricevuta P_r. Tale quantità vale:

$$A_e = \frac{P_r}{S(M)} \tag{2.9}$$

La valutazione di A_e va fatta mettendosi nelle condizioni che massimizzano la potenza ricevuta: in particolare orientando opportunamente le due antenne, quella ricevente, di cui si vuole A_e, e quella emittente, che deve produrre $S(M)$.

2.4 - Calcolo di un radiocollegamento

Con riferimento ora alla Figura 2.6, è possibile effettuare il classico calcolo di collegamento, ovvero la valutazione della potenza ricevuta in funzione di quella emessa, della distanza R e delle caratteristiche delle due antenne impiegate. Tratto *S(M)* dalla (2.8), e introdottolo nella (2.9) si ottiene:

$$P_r = \frac{P_a\, d\, A_e}{4\, \pi\, R^2} \tag{2.10}$$

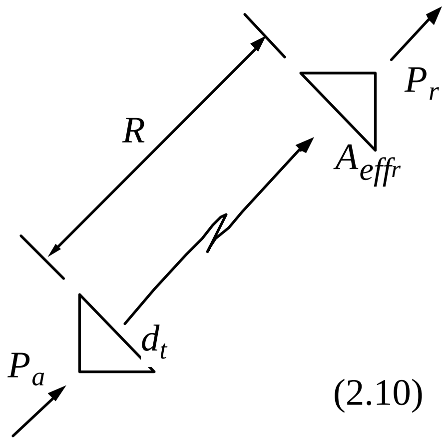


Figura 2.6 - Collegamento fra due antenne, poste a distanza R l'una dall'altra. E' possibile calcolare la potenza P_r ricevuta dall'antenna ricevente, qualora sia nota la potenza di alimentazione, P_a, dell'antenna trasmittente e le caratteristiche delle due antenne.

Dalla (2.10) si possono ricavare formulazioni alternative, mettendo in evidenza anche la frequenza del collegamento. A tale scopo bisogna introdurre una relazione fondamentale che vale per tutte le antenne e che viene qui anticipata senza dimostrazione:

$$\frac{d}{A_e} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \tag{2.11}$$

Si ottiene per sostituzione:

$$P_r = P_a\, d_1\, d_2 \left(\frac{\lambda}{4\,\pi\,R}\right)^2 \qquad (2.12)$$

Di tale formula è molto utile la formulazione in *dB* (vedere Appendice), ottenibile prendendo $10\ Log_{10}$ di ambo i membri dopo averli divisi per una potenza pari a un *mW*:

$$P_{r_{dBm}} = P_{a_{dBm}} + G_1 + G_2 - 20 Log_{10}\left(\frac{4\pi R}{\lambda}\right) \quad (2.13)$$

dove si sono assimilati, come di frequente, i valori in *dB* del guadagno in potenza con quelli del guadagno in direttività e si sono introdotti i pedici per specificare le diverse antenne. Si noti che in questo modo le potenze vengono ad essere espresse in una unità di misura logaritmica detta *dBm*. L'ultimo termine della somma (a meno del segno) è definito **attenuazione isotropa di spazio libero**, perchè corrisponde a quella che si verificherebbe tra due antenne isotrope. La differenza in *dB* tra i valori di P_a e di P_r è detta invece **attenuazione di spazio libero, o di tratta radio ideale.**

AVVERTENZE- In questo paragrafo si sono introdotti alcuni degli elementi di base per il calcolo di un collegamento radio. Dal punto di vista applicativo, l'allievo è in grado ora di svolgere alcuni dei calcoli fondamentali dei radiocollegamenti. Tuttavia non va dimenticato che si è qui volutamente trascurato l'aspetto vettoriale della radiazione. In due punti almeno esso è esplicitamente comparso: quando si è dovuto dare una direzione al flusso di potenza per applicare a porzioni di superficie la conservazione dell'energia e quando si è introdotta l'area efficace di una antenna. In questo ultimo caso, chiunque può verificare con una normale antenna di televisore portatile che il suo orientamento influenza fortemente la qualità della ricezione, ovvero la potenza P_r. E' dunque necessario introdurre la trattazione vettoriale dell'elettromagnetismo non solo per colmare alcuni fossati deduttivi qui saltati attraverso l'induzione, ma anche per cogliere alcuni altri fondamentali aspetti della radiazione elettromagnetica.

ESERCIZI

1 Porre *d* in funzione della intensità di radiazione normalizzata.

2 In quali casi il rapporto P_a/P_r diminuisce col quadrato della frequenza? In quali casi aumenta col medesimo quadrato?

3* Con valori numerici di guadagno di *10* e *100* e P_a pari a *1 watt* si studi l'andamento della potenza ricevuta e si indichi a quale distanza si scende al di sotto di *0.01 mW* a *300 MHz*.

4* In un collegamento reale, l'attenuazione isotropa aumenta con la distanza R secondo una espressione del tipo R^α anzichè del tipo R^2; come muta la formula di trasmissione in dB? Al raddoppiare della distanza, di quanto aumenta l'attenuazione isotropa nei due casi? Come si modifica la risposta al quesito precedente?

5 Si espliciti ulteriormente il termine di attenuazione nella formula logaritmica mettendo in evidenza la frequenza.

6* Una antenna a parabola di 1 m di diametro è alimentata con una potenza di 1 W ed ad una certa distanza è posta un'antenna con guadagno pari a 20 dB. Qual è la massima distanza a cui si riceve almeno -10 dBm, supponendo condizioni ideali? Se l'antenna ricevente viene sostituita da un'antenna a parabola uguale a quella trasmittente, quale deve essere la frequenza di lavoro per coprire una tratta di 1 km?

7* Si vuole dimensionare il collegamento fra due antenne a parabola identiche, che si considerano ideali; la potenza massima in trasmissione è pari a 14 dBm mentre si vuole ricevere almeno -44 dBm.

a - Si determini il diametro minimo delle parabole, nell'ipotesi che esse distino 5 km e che la frequenza di lavoro sia pari a 2.387 GHz (si suppongano condizioni di propagazione ideali; per avere calcoli più agevoli, si consiglia inoltre di esprimere la lunghezza d'onda λ in funzione di π).

b - Utilizzando le parabole individuate al punto precedente (si suppongano ancora condizioni di propagazione ideali), si dica la frequenza di lavoro necessaria per coprire una tratta di 20 km. Essa è la frequenza di lavoro minima o massima?

c - Se invece si volesse avere un margine per il fading di 12 dB, quale dovrebbe essere la frequenza di lavoro?

8 Si disponga di una antenna isotropa che irradia una potenza di 10 W. Come antenna ricevente si utilizza una antenna a parabola, correttamente orientata e del diametro di 1 m, la cui area efficace può essere considerata uguale a quella della sua bocca circolare.

a Se si deve ricevere una potenza minima pari a -46 dBm, qual è la massima distanza che può separare il trasmettitore dal ricevitore?

b Si sostituisca l’antenna isotropa con un’antenna di guadagno pari a 1.58 dB, che irradi la stessa potenza di 10 W. Qual è ora la massima distanza che può separare il trasmettitore dal ricevitore?

c Se ora si utilizza in trasmissione una antenna a parabola uguale a quella usata in ricezione, qual è la frequenza di lavoro a cui è possibile coprire la stessa distanza trasmettitore-ricevitore individuata al punto b?

d Se tale distanza viene fissata a 31.4 km, con una frequenza di lavoro di 1.2 GHz, qual è la potenza in trasmissione che garantisce in ricezione lo stesso livello del punto a, cioè -46 dBm? Avendo a disposizione una potenza al trasmettitore di 1 W, si dovrebbe aumentare o abbassare la frequenza di lavoro?

9 Un'antenna isotropa deve trasmettere verso un'antenna ricevente costituita da una parabola di 1 m di diametro posta a 10 km di distanza.

a Supponendo condizioni ideali, si determini la potenza ricevuta, qualora la potenza di alimentazione in trasmissione sia pari a 23 dBm.

b Supponiamo di sostituire l'antenna isotropa con una parabola di diametro 0.5 m. Si determini la frequenza di lavoro che consente di ricevere almeno -50 dBm.

c L'attenuazione del collegamento è ora data dal prodotto dell'attenuazione di spazio libero A_{sl} per un termine di attenuazione supplementare A_{suppl} dato dall'espressione f/r^2, in cui f indica la frequenza di lavoro mentre r rappresenta la distanza fra antenna trasmittente e ricevente. Assumendo gli stessi dati del punto b, si determini la frequenza di lavoro in questo caso.

10 Un'antenna isotropa irradia una potenza di 16 W. Alla distanza di 20 km viene posizionata e correttamente orientata un'antenna a parabola. Si supponga che l'area efficace della parabola sia pari a quella della sua bocca circolare.

a Si determini quanto deve essere il suo diametro perchè si riceva una potenza di -50 dBm.

b Quale deve essere la frequenza perchè sostituendo l'antenna isotropa con una analoga a quella di ricezione (sempre orientandola bene e supponendo unitario il rendimento) si abbia una potenza ricevuta di -34 dBm.

c A questa frequenza, quanto si riceverebbe con un'antenna isotropa in emissione e ricezione (stessa potenza in emissione, stessa distanza)?

11* In un ponte radio, a causa dell'assorbimento dovuto a particelle di varia natura presenti nell'aria, l'attenuazione isotropa aumenta con la frequenza in misura pari alla quarta potenza (anzichè al quadrato). Dovendo progettare il collegamento in modo che funzioni ugualmente bene a varie frequenze, quale scelta riguardante le antenne occorrerebbe fare?