

# D – SISTEMI, COPERTURE, PIANIFICAZIONE

## Tecniche di trasmissione spread-spectrum

### Sistemi radiomobili cellulari

Coperture cellulari in sistemi a canali limitati, geometria, cluster, settorizzazione

Tecniche di accesso multiplo FDMA, TDMA, CDMA, SDMA e ibride

Obiettivi di progetto: C ed I, handover e dropping, traffico e blocking

### Pianificazione in base a copertura

Probabilità di outage, location probability

Copertura a bordo cella e power budget

### Pianificazione in base al C/I

Legame m-C/I

Efficienza spettrale in sistemi a canali limitati ortogonali

Cenno al sistema GSM

### Pianificazione in sistemi CDMA

Elementi di base, interferenza e power control

Rake receiver e soft handover

Vantaggi e svantaggi, efficienza spettrale

Cenno all'UMTS

### Altri sistemi (Wi-Fi, LTE, DVB)



# Cenni sulle tecniche di trasmissione Spread-Spectrum (SS)

**Tecniche di trasmissione spread-spectrum hanno trovato applicazione:**

- ✓ in campo militare
  - Sistemi anti-jamming, anti-intercettazione
- ✓ in campo civile
  - Sistemi cellulari CDMA americani (IS-95 Qualcomm)
  - Sistemi di terza generazione cellulare (ITU-IMT2000: UMTS)
  - Reti locali via radio (Wi-Fi ecc.)
  - Sistemi di posizionamento (GPS)
  - Telecomandi e azionamenti

## Principio di base

La banda B del segnale viene allargata artificialmente imprimendo al segnale utile un codice Pseudo-Noise (es . Sequenze PN a massima lunghezza) ad elevata velocità di cifra (spreading).

In ricezione, noto il codice di spreading, esso viene eliminato e il segnale risultante filtrato per ricostruire il segnale originale a banda stretta (de-spreading).

Si hanno due tipi di tecniche SS: Direct-Sequence e Frequency Hopping



# Direct-sequence Spread-Spectrum (DS-SS)

- ✓ Si utilizzano sequenze/codici Pseudo-Noise (es . Sequenze PN a massima lunghezza) ad elevata velocità di cifra.
- ✓ La banda B del segnale viene allargata tramite “moltiplicazione”  $\otimes$  direttamente con la sequenza PN, per questo si parla di “sequenza diretta”.
- ✓ La operazione  $\otimes$  dipende dal formato di segnale e codici. Per esempio con segnale/codici binari (1-0-...) è una somma modulo 2. Con segnali/codici antipodali è un semplice prodotto. Occorre che  $\otimes$  abbia la proprietà di involuzione:

$$\otimes \{ \otimes \{ \} \} = \textit{identità}$$

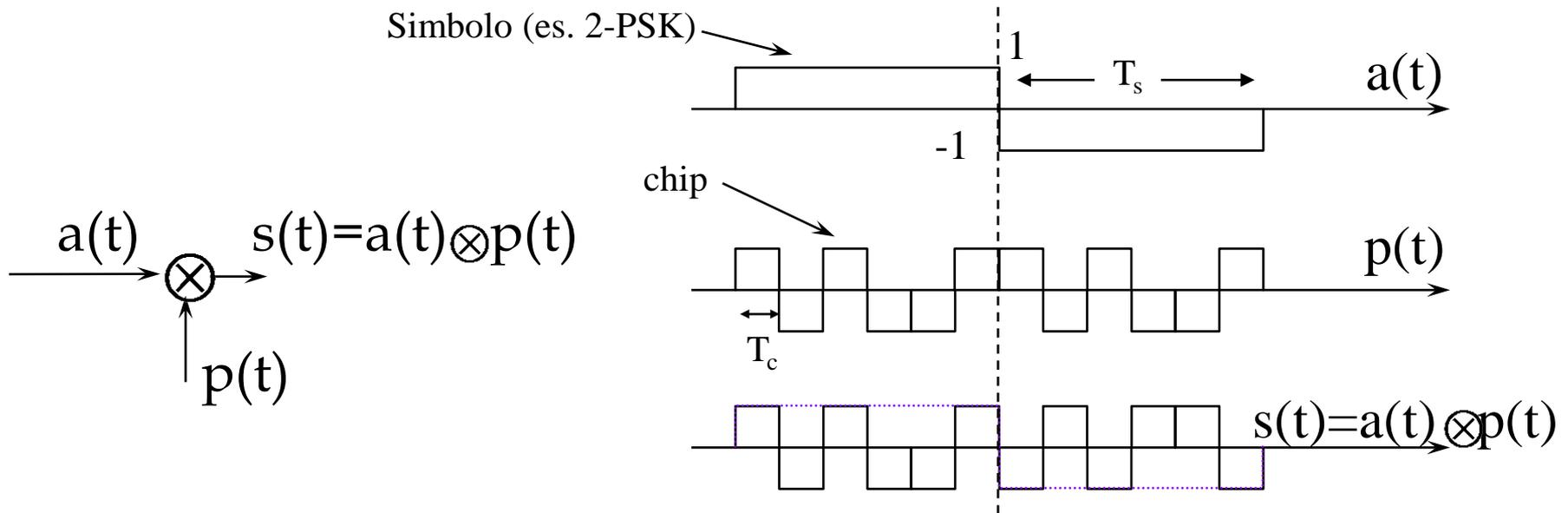
in modo che sia possibile recuperare il segnale originario



# Lo spreading

- ✓ Al Tx il segnale dati  $a(t)$  viene moltiplicato a monte (o a valle) del modulatore per una sequenza PN  $p(t)$  nota, ottenendo un segnale  $s(t)$  a banda allargata.

Es: nel caso *antipodale*



Tempo di simbolo

$$T_s$$

Tempo di chip

$$T_c \ll T_s$$

**Guadagno di processo o di spreading:**

$$G_p = B' / B = T_s / T_c$$

Banda monolaterale del segnale

$$B \approx 1/T_s$$

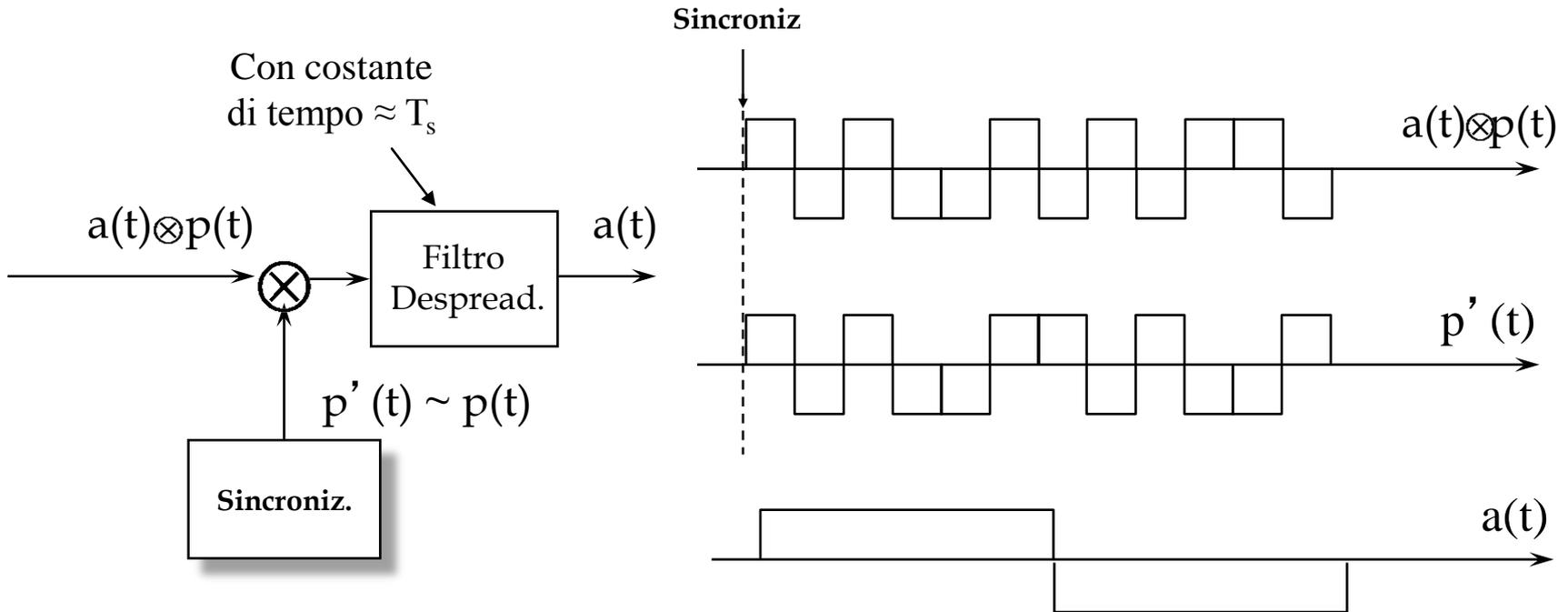
Banda allargata del segnale

$$B' \approx 1/T_c \gg B$$



# Il despreading

- ✓ All' Rx il segnale dati  $a(t)$  può essere recuperato (nella sua banda originale  $B$ ) ri-  
"moltiplicando" il segnale ricevuto  $s(t)$  per una replica locale della sequenza  $p(t)$ ,  
 $p'(t)$ , opportunamente sincronizzata con quella presente in  $S(t)$ .



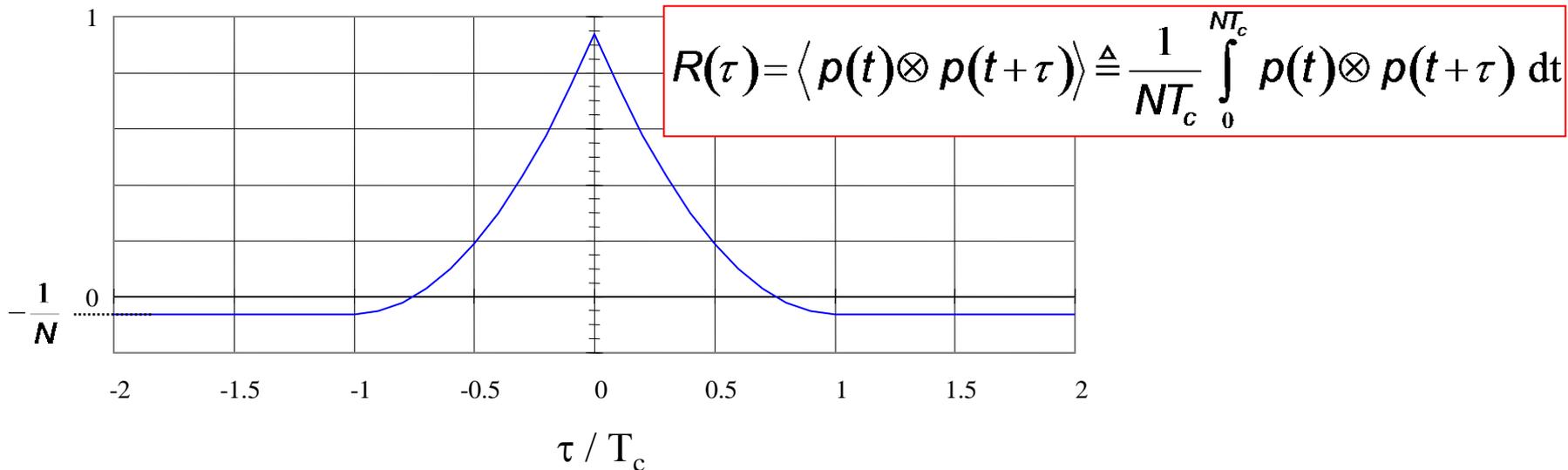
Questo perché l'operatore  $\otimes$  gode della proprietà di involuzione (NB: qui si tratta di un semplice prodotto). Nel caso tempo-discreto:

$$a_i \otimes p_i \otimes p_i' = a_i \otimes \underbrace{p_i \otimes p_i'}_{=1} = a_i$$



# Sequenze PN e autocorrelazione

- ✓ Nel caso tempo-continuo occorre fare riferimento alla funzione di autocorrelazione che nel caso delle sequenze PN di lunghezza N è del tipo mostrato in figura:



- ✓ Quando le sequenze non sono sincronizzate, l'autocorrelazione è  $1/N$ , trascurabile perché  $N$  è dell'ordine delle migliaia o dei milioni.
- ✓ Nel CDMA si usano sequenze PN o codici quasi-ortogonali che hanno caratteristiche analoghe



# Il despreading come correlazione

Nel caso tempo-continuo il despreading con relativo filtro (*integrate and dump*) può essere visto come una correlazione

$$\langle \mathbf{s}(t) \otimes \mathbf{p}'(t) \rangle = \langle \mathbf{s}(t) \otimes \mathbf{p}(t + \tau) \rangle \triangleq \frac{1}{NT_c} \int_0^{NT_c} \mathbf{s}(t) \otimes \mathbf{p}(t + \tau) dt$$

Nel caso ideale di correlazione totale, in cui cioè  $T_s = NT_c$  quindi  $G_p = N$  si ha:

$$\frac{1}{NT_c} \int_0^{NT_c} [\mathbf{a}(t) \otimes \mathbf{p}(t)] \otimes \mathbf{p}(t + \tau) dt = \mathbf{a}(t) \frac{1}{NT_c} \int_0^{NT_c} \mathbf{p}(t) \otimes \mathbf{p}(t + \tau) dt = \mathbf{a}(t) R(\tau)$$

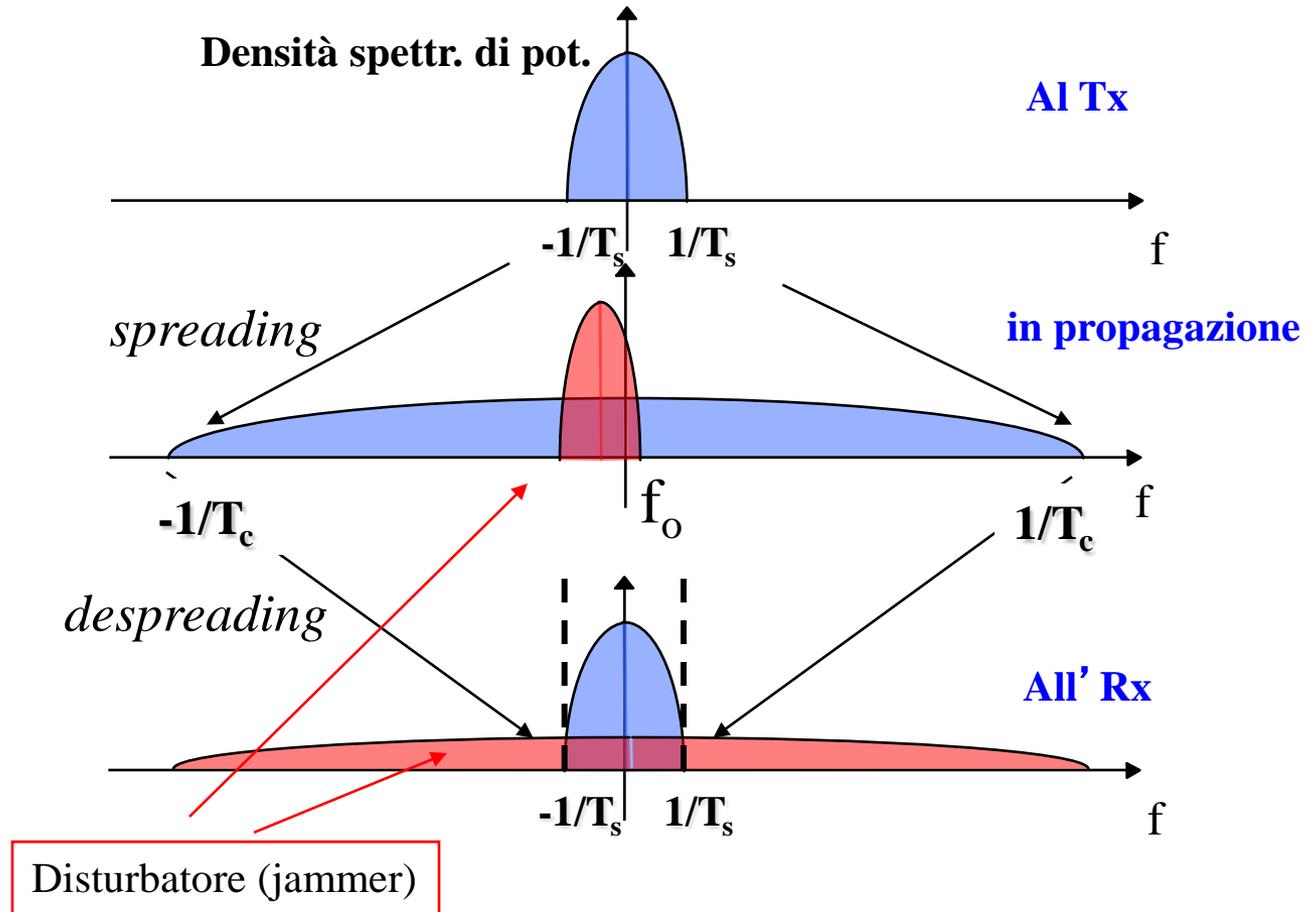
Si ottiene quindi  $\mathbf{a}(t)$  quando  $\tau=0$ , altrimenti per  $|\tau| > T_c$  si ha un segnale attenuato di  $1/N$ , cioè del guadagno di processo.

Quando  $c'$  è sincrona il segnale in arrivo e la replica locale del codice  $\mathbf{p}'$  sono correlati, altrimenti sono incorrelati e l'uscita viene attenuata.

Lo stesso avviene quando in arrivo ci sono altri segnali non correlati: vengono attenuati.

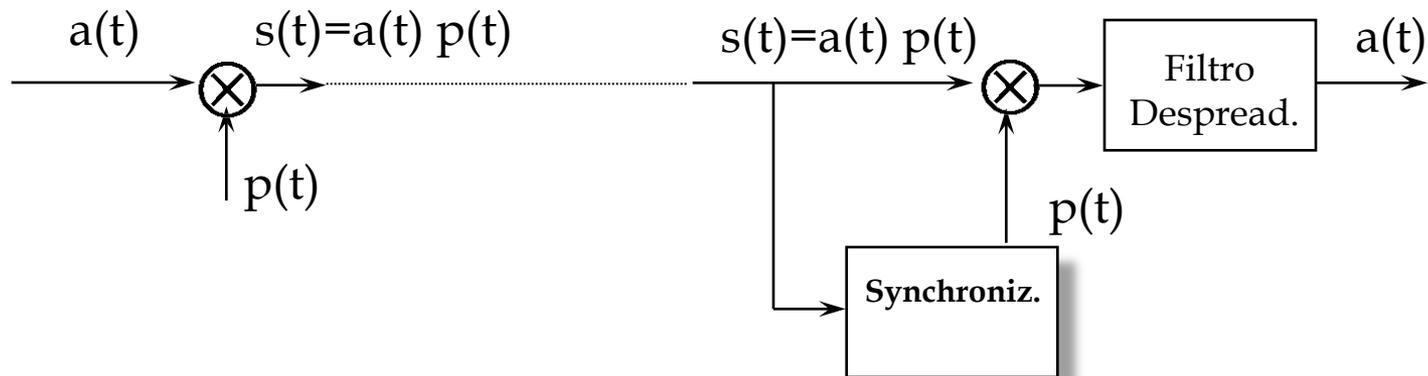


# Effetto dello spreading e del despreading



# La Sincronizzazione (1/2)

- ✓ In un sistema Spread Spectrum è essenziale che la sequenza generata localmente al ricevitore sia sincronizzata a quella ricevuta. Solo quando la sequenza locale è sincronizzata a quella ricevuta c'è correlazione ed è possibile ricompattare il segnale nella sua banda originale e ricostruirlo
- ✓ Ogni sistema spread spectrum ha un circuito di sincronizzazione della sequenza pseudocasuale.



- ✓ Il sistema di sincronizzazione produce come risultato “collaterale” l’offset temporale tra la sequenza ricevuta e quella generata localmente (= cioè lo spostamento necessario a sincronizzare le sequenze).



# La Sincronizzazione (2/2)

La sincronizzazione è concettualmente divisa in due passi:

- ✓ Coarse Synchronization (Acquisition):
  - il segnale ricevuto viene correlato con **tutte** le versioni della sequenza sfasate di multipli di un passo  $\Delta t = T_c/2$ , essendo la sequenza periodica esistono  $NT_c / \Delta t$  diversi sfasamenti, ed è dunque possibile provarli tutti. La versione che fornisce il valore di correlazione maggiore viene scelta come quella candidata ad essere sincronizzata (l'errore di tempo è inferiore a  $\Delta t$ ). Può essere fatto in assenza o anche in presenza di segnale dati.
  
- ✓ Fine Synchronization (Tracking):
  - La sincronizzazione trovata dall'acquisizione viene raffinata per mezzo di un circuito ad anello ad aggancio di fase (Delay-Locked-Loop), che, nello stato di equilibrio annulla lo sfasamento temporale tra la sequenza generata localmente ed il segnale ricevuto.



# Proprietà delle tecniche di trasmissione Spread-Spectrum

## **Bassa interferenza verso sistemi esistenti**

per la bassa densità spettrale di potenza

## **Anti-jamming e anti-multipath**

per la soppressione di tutti i segnali indesiderati, compresi cammini multipli (...)

## **Anti-intercettazione**

per la intrinseca codifica del segnale tramite un codice noto solo al destinatario e  
per la bassa densità spettrale di potenza

## **Possibilità di effettuare accesso multiplo a divisione di codice (CDMA)**

## **Problemi:**

*Complessità (sopratt. Sincronizzazione)*

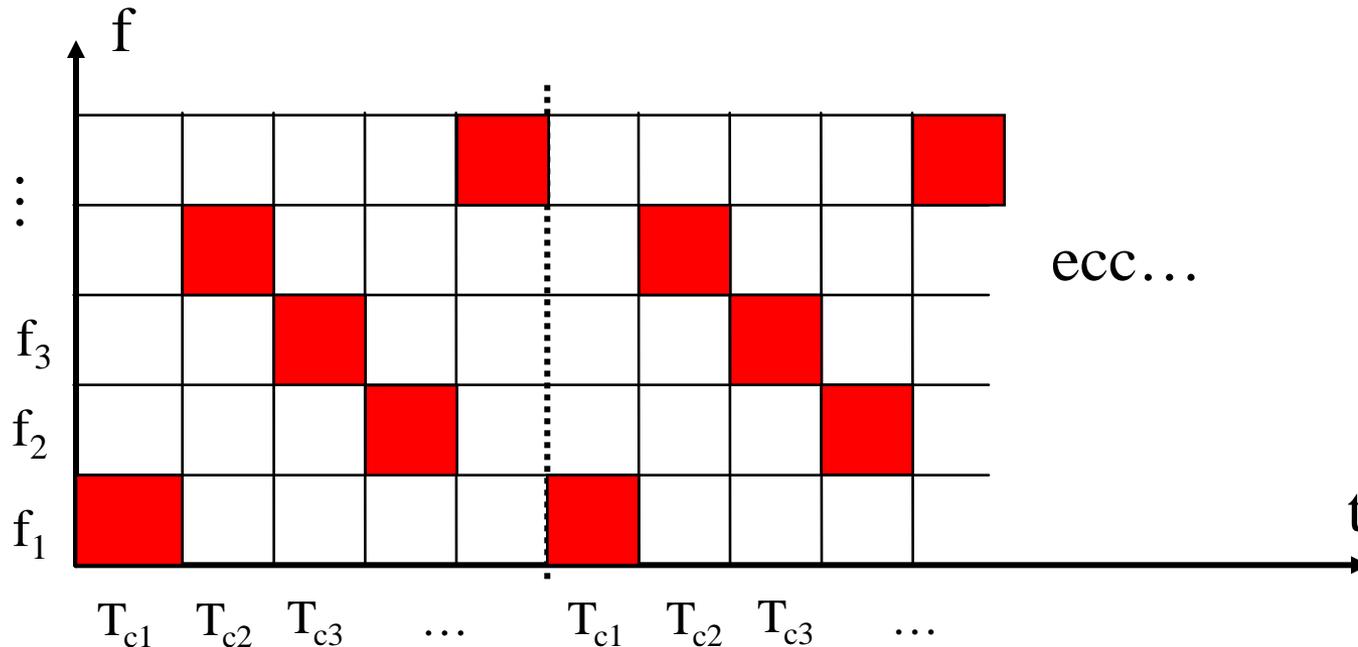
*Costi*

*Occupazione di banda (se densità spettrale di potenza non trascurabile)*



# Frequency-Hopping Spread-Spectrum (FH-SS)

Il codice, invece che essere impresso direttamente sul segnale (es tramite moltiplicazione) va a pilotare l'oscillatore della portante. Cioè la portante viene fatta "saltare" in ogni  $T_c$  ad una diversa frequenza



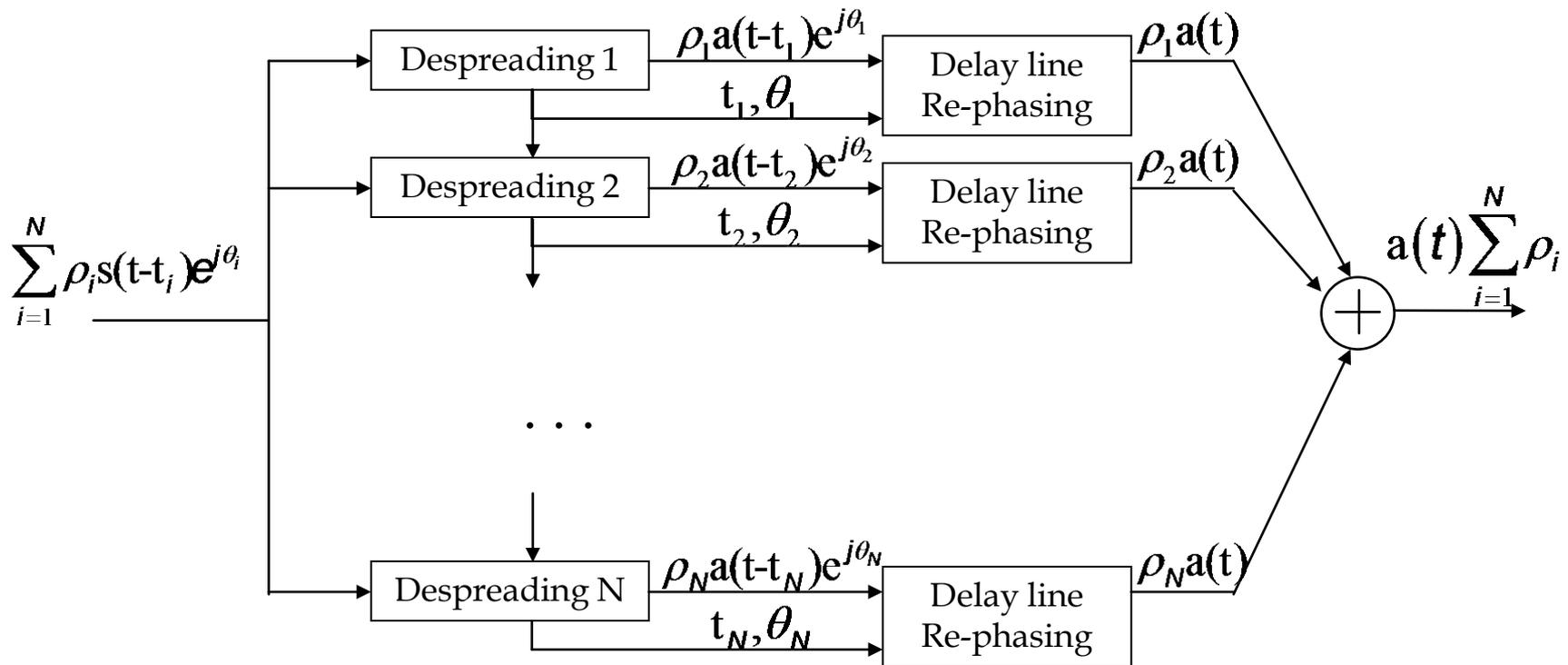
In questo caso viene allargata lo spettro di potenza mediato nel tempo.

Anche nel FH-SS il segnale può essere rappresentato a prodotto e il de-spreading come correlazione. Le proprietà sono simili al caso DS-SS



# Rake receiver (schema di massima)

- ✓ La trasmissione SS permette di realizzare uno schema di *equalizzatore* che non solo rende la trasmissione insensibile ai cammini multipli, ma addirittura permette di sfruttarli. Viene utilizzato ad es. nell' UMTS



(Caso ideale: n. fingers=n. cammini)



# Sistemi d'area cellulari

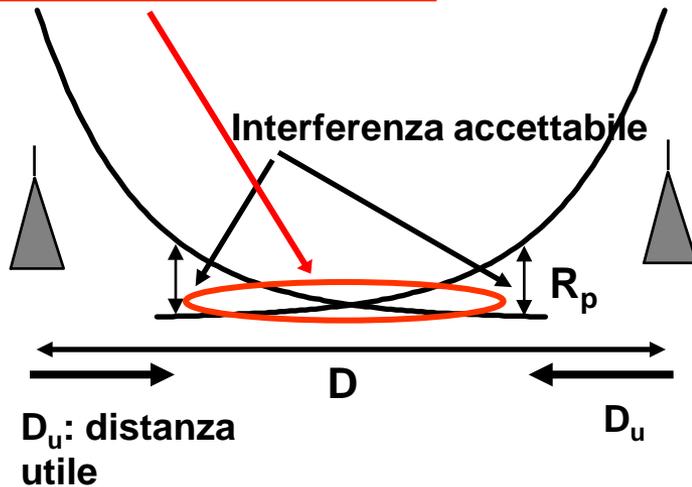
- ✓ I sistemi d'area si prefiggono di realizzare collegamenti tra terminali di cui (almeno) uno posizionato arbitrariamente all'interno dell'area di servizio. In generale un terminale è fisso e connesso ad una rete e viene detto stazione base
- ✓ A causa dell'attenuazione, ad una certa distanza fra le antenne il rapporto segnale/rumore C/N (Carrier to Noise power ratio) scende al di sotto della soglia minima per un'accettabile qualità di collegamento (sensibilità del ricevitore).
- ✓ L'area di servizio deve pertanto essere divisa in celle ciascuna dotata di stazione base ed avente raggio R. In ogni cella si utilizzano determinati canali (risorse) per la comunicazione
- ✓ Il passaggio di un terminale mobile da una cella all'altra di un mobile è detto handover e deve avvenire senza interruzione del servizio
- ✓ I canali, in sistemi a canali ortogonali, sono limitati. Occorre riutilizzarli a una certa distanza (riuso spaziale) sfruttando l'attenuazione del segnale (filtraggio spaziale) per minimizzare l'interferenza, e massimizzare il C/I (Carrier to Interference power ratio)
- ✓ Nei sistemi non radiodiffusivi occorre dimensionare le celle anche in base al traffico offerto...



# Problematiche interferenziali

Celle iso-canale

Area di perturbazione



Rapporto di protezione  $R_p = (C/I)_{\min}$

- ✓ Nei sistemi a canali ortogonali (canali limitati) questi devono essere distribuiti sul territorio in maniera opportuna, in modo da realizzare un sistema ad interferenza controllata.

- ✓ Collegamenti differenti che utilizzano contemporaneamente lo stesso canale/risorsa *interferiscono* fra loro, a discapito della qualità del collegamento;
- ✓ Interferirebbero anche se il segnale fosse lo stesso a causa dei ritardi di propagazione -> delay spread (sistemi di radiodiffusione)
- ✓ Per evitare che il rapporto C/I (carrier to interference ratio) scenda al di sotto della soglia minima di qualità occorre operare in modo che celle che utilizzano le stesse risorse siano opportunamente distanziate (*distanza di riuso D*);



# La procedura in handover

Es: con riferimento ad un modello di tipo Hata

stazione base

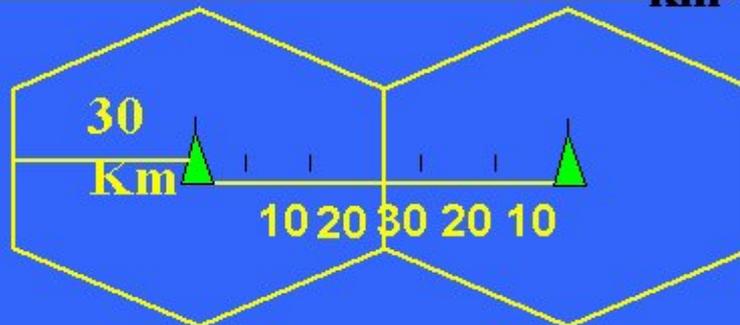
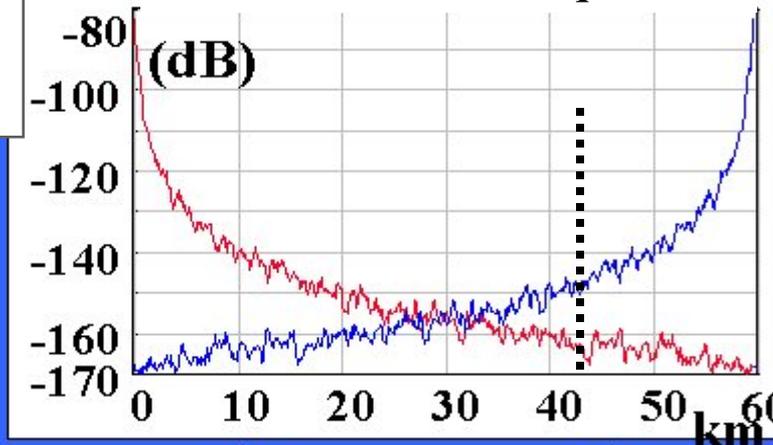
$\alpha=3.5$   
filtraggio  
spaziale

$\xi$ =variabile  
gaussiana  
v.m. = 0  $\sigma=4$ dB

$$|C - C'| \geq \text{IST}$$

IST=10 dB isteresi  
di decisione

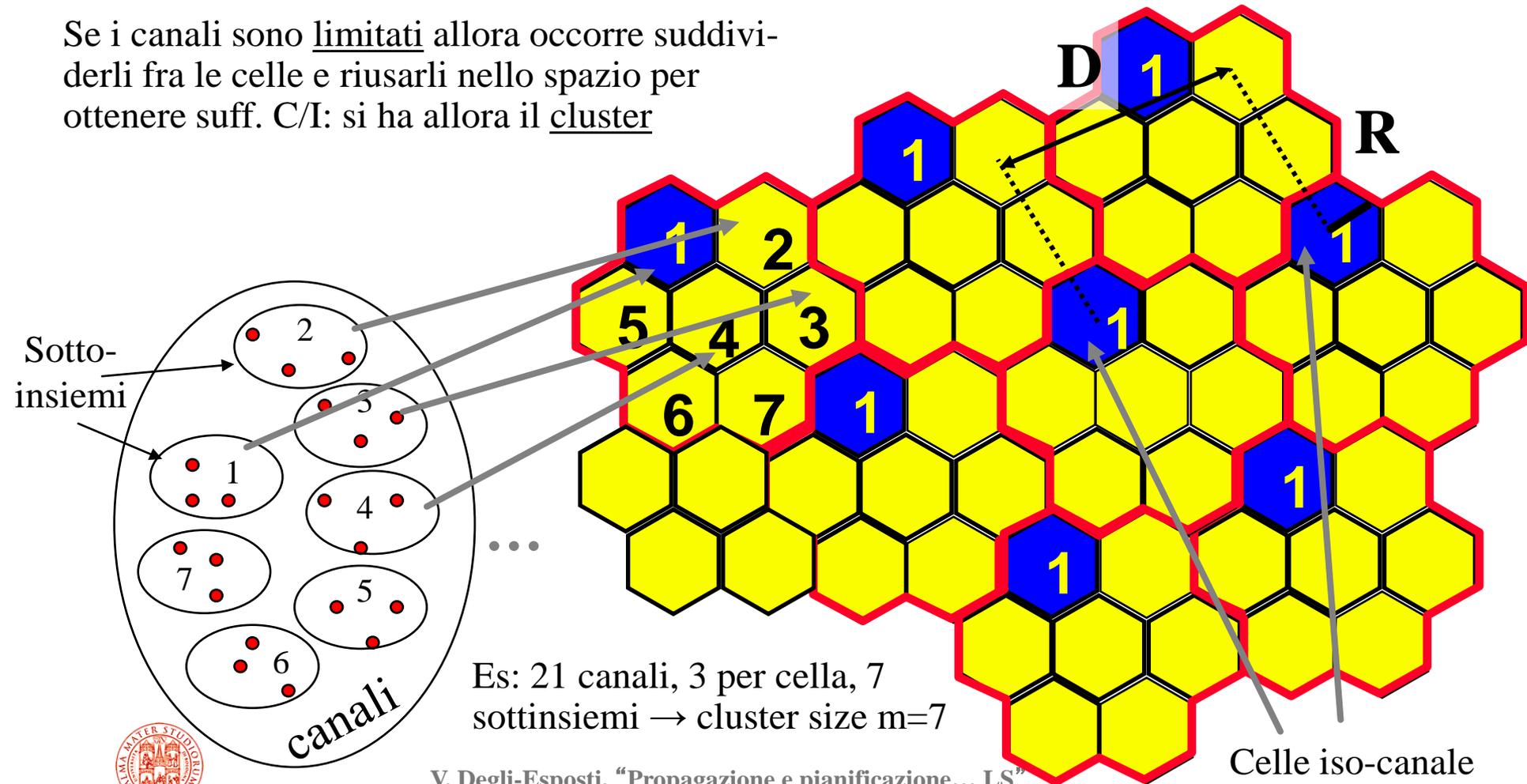
Es: Celle adiacenti con  
diverso canale (frequenza)



# Sistemi cellulari a canali limitati

Se i canali sono virtualmente illimitati di tratta semplicemente di distribuirli in numero sufficiente in ciascuna cella per far fronte alle necessità. Es. per un sistema radiomobile occorre servire il traffico medio offerto nella cella

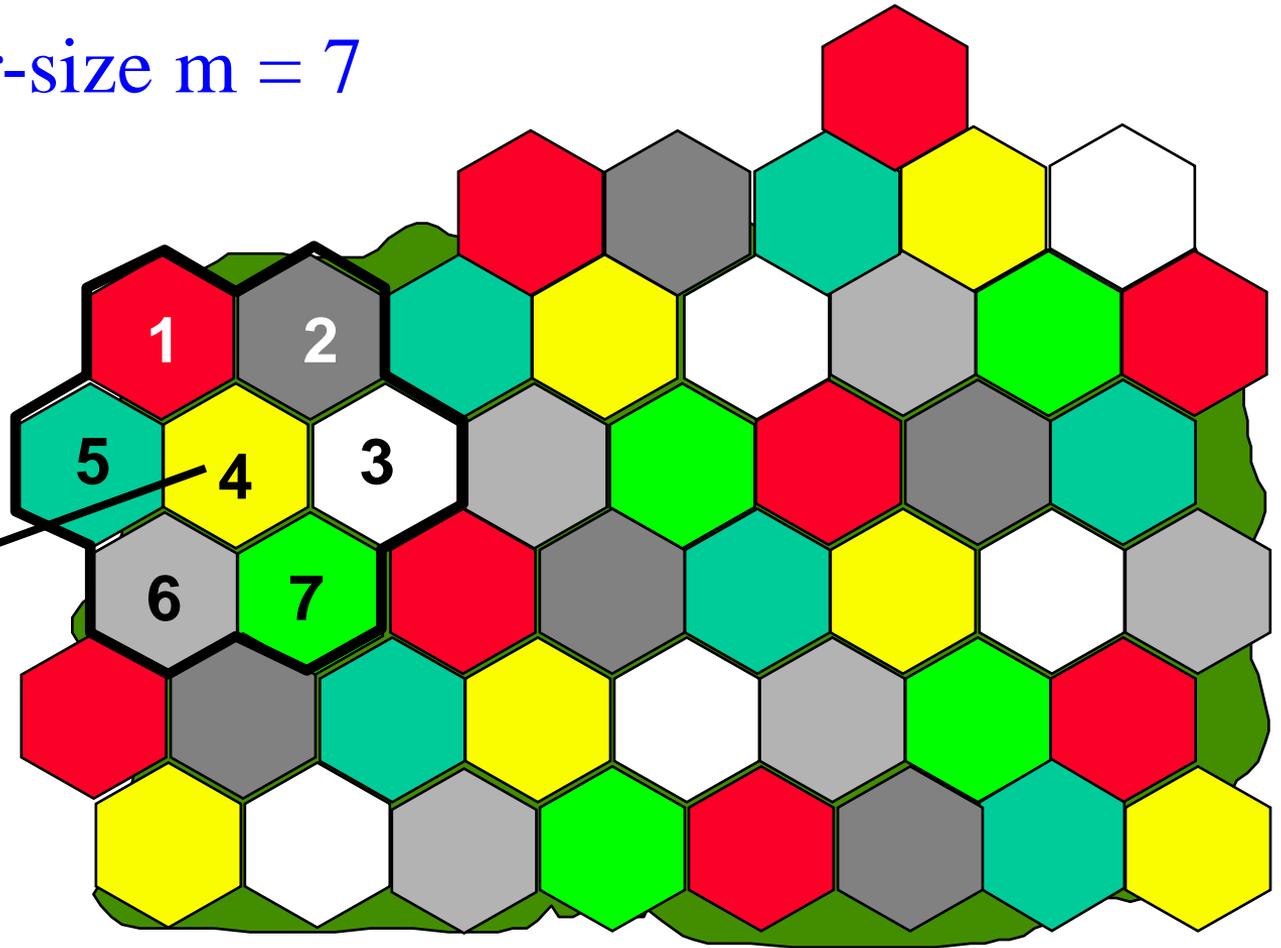
Se i canali sono limitati allora occorre suddividerli fra le celle e riusarli nello spazio per ottenere suff. C/I: si ha allora il cluster



# Esempio: cluster-size $m = 7$

Ogni cella utilizza un  
**Subset o sottinsieme**  
dei canali disponibili

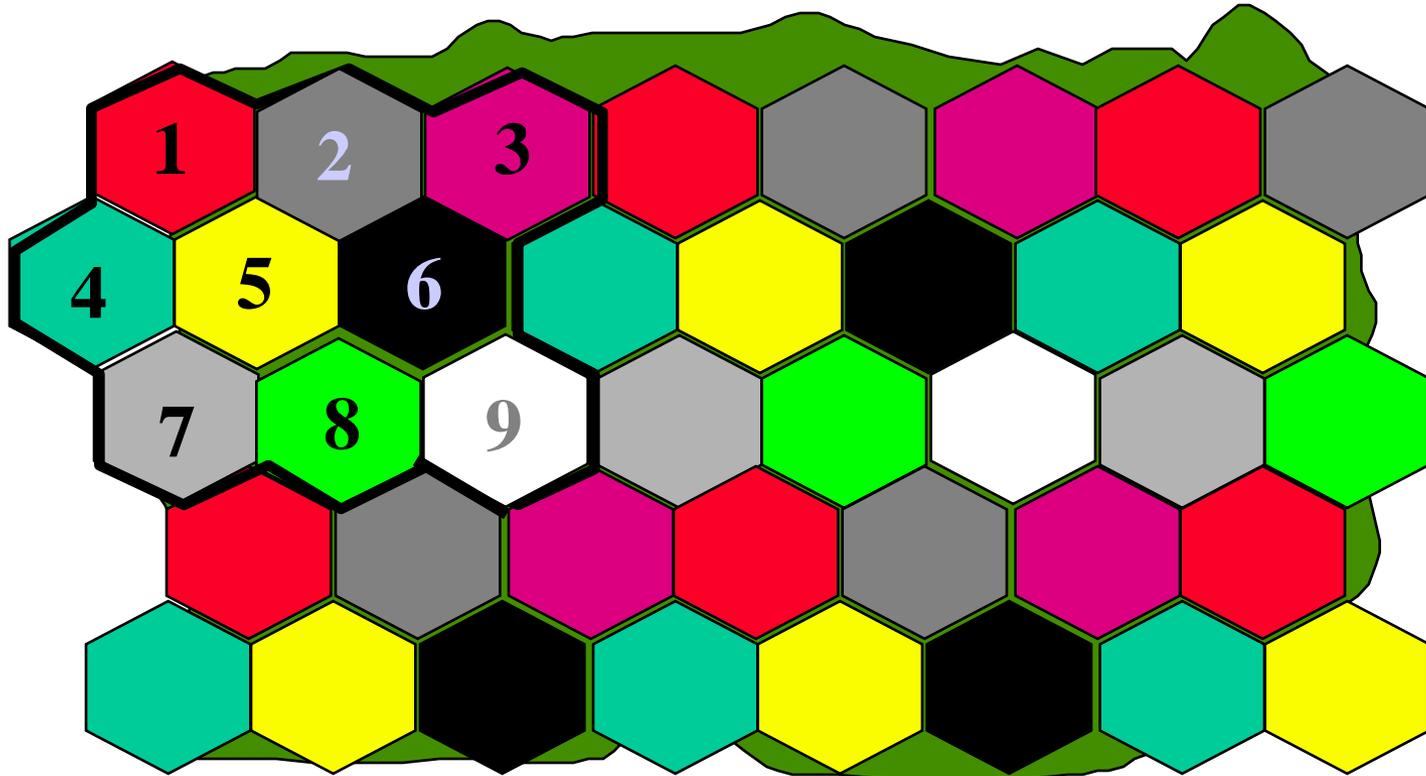
**CLUSTER**



All' aumentare del cluster-size, diminuiscono le risorse a disposizione di ogni singola cella, ma si allontanano gli interferenti (rispetto al segnale utile)



# Esempio: cluster-size = 9



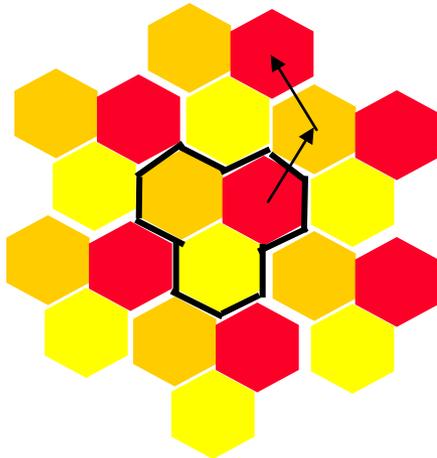
Il cluster size  $m$ , affinché si abbia un ricoprimento continuo (tessellation), deve rispettare questa regola:

$$m = i^2 + j^2 + ij; \quad i, j = 0, 1, 2, \dots \text{ non entrambi nulli}$$



# Reticoli simmetrici

- ✓ Per ottenere reticoli simmetrici e' possibile operare nel seguente modo:
- Shift Parameters*  $(i, j) \neq 0$  (caratteristici della struttura, del cluster size  $m$ );
  - A partire dal centro di una cella ci si sposti di  $i$  unita' "u" in direzione perpendicolare ad un lato; ( $1 u = R\sqrt{3}$ ,  $R =$  Raggio circonfer. circoscritta);
  - Dal punto cosi' raggiunto, ci si muova di  $j$  unita' nella direzione a 60 gradi in senso antiorario rispetto alla direzione precedente;
  - Si prenda il punto ottenuto come centro di un interferente cocanale alla cella di partenza;



Gli interferenti più vicini ad ogni cella sono sempre 6 e sono disposti su di una circonferenza di raggio  $D$  (Distanza di Riuso)



# Relazioni Geometriche

✓ Le grandezze che descrivono la suddivisione cellulare del territorio (D, R, m) sono evidentemente legate da relazioni di reciproca dipendenza:

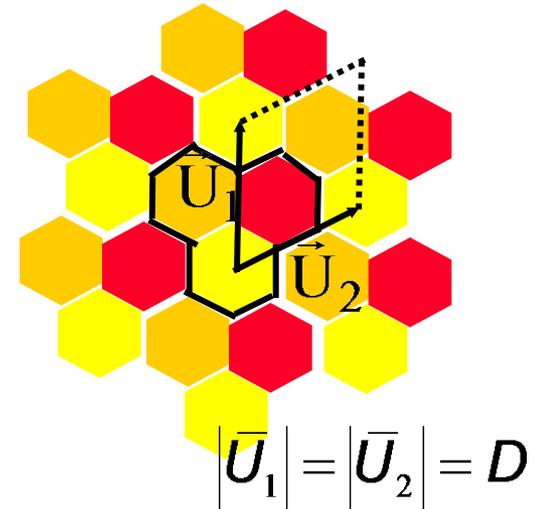
✓ Dal teorema di Carnot e' immediato ricavare:

$$D = \sqrt{i^2 + ij + j^2} R\sqrt{3}$$

✓ Poiché  $A_{\text{CLUSTER}} = A_{\text{PARALLELOGRAMMA}}$

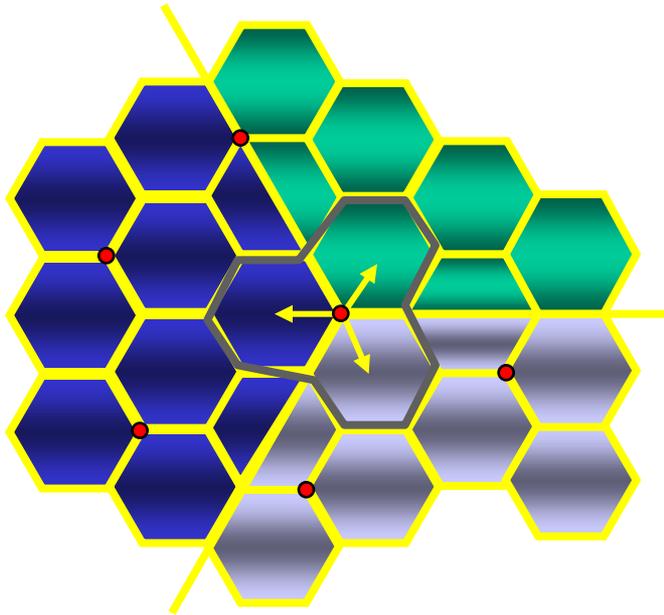
$$m = \frac{A_{\text{CLUSTER}}}{A_{\text{CELLA}}} = \frac{|\vec{U}_1 \times \vec{U}_2|}{A_{\text{CELLA}}} = \frac{D^2 \cdot \overbrace{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\sin 60}}{3R^2/2 \cdot \sqrt{3}} = (i^2 + ij + j^2)$$

$$\frac{D}{R} = \sqrt{i^2 + ij + j^2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3m}$$



# Settorizzazione

- ✓ Anziché montare le stazioni a centro cella si usa spesso montarle in un vertice e dotare la stazione di tre antenne direttive: in questo modo si servono 3 celle con un solo sito (palo), al modesto prezzo di una minore uniformità di copertura. Si parla di settorizzazione.



- ✓ In questo modo inoltre le antenne direttive (lobo di circa  $120^\circ$ ) hanno un guadagno maggiore
- ✓ Inoltre, l'interferenza da celle isocanale è ridotta idealmente di un fattore 3 (es: collegamento mobile-base)
- ✓ Tipiche coperture sono con  $m=12$ , in cui le 12 celle del cluster sono servite da 4 siti. Si parla perciò di cluster 3x4.

# Esempi di siti settorizzati



macro



trasportabile



small



mimetizzato



# Metodi di Canalizzazione (o di accesso multiplo) (1/3)

- ✓ All'interno di ogni cluster vengono utilizzate tutte le risorse assegnate al servizio, opportunamente suddivise fra le celle. Tali risorse possono in generale essere descritte come un *set*  $[\Psi_1(t), \Psi_2(t), \dots, \Psi_{N_c}(t)]$  di funzioni ortonormali (o quasi-ortonormali):

Correlazione

$$\langle \psi_i(t), \psi_j(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_i(t) \cdot \psi_j^*(t) dt = \begin{cases} 1 & \text{se } i = j \text{ (auto-correlazione)} \\ 0 & \text{se } i \neq j \text{ (cross-correlazione)} \end{cases}$$

- ✓ Ogni volta si attiva un canale di comunicazione, una (o più) fra le  $N_c$  funzioni ortonormali viene assegnata in maniera esclusiva alla comunicazione. Le forme d'onda trasmesse dall' $i$ -esimo trasmettitore sono quindi del tipo

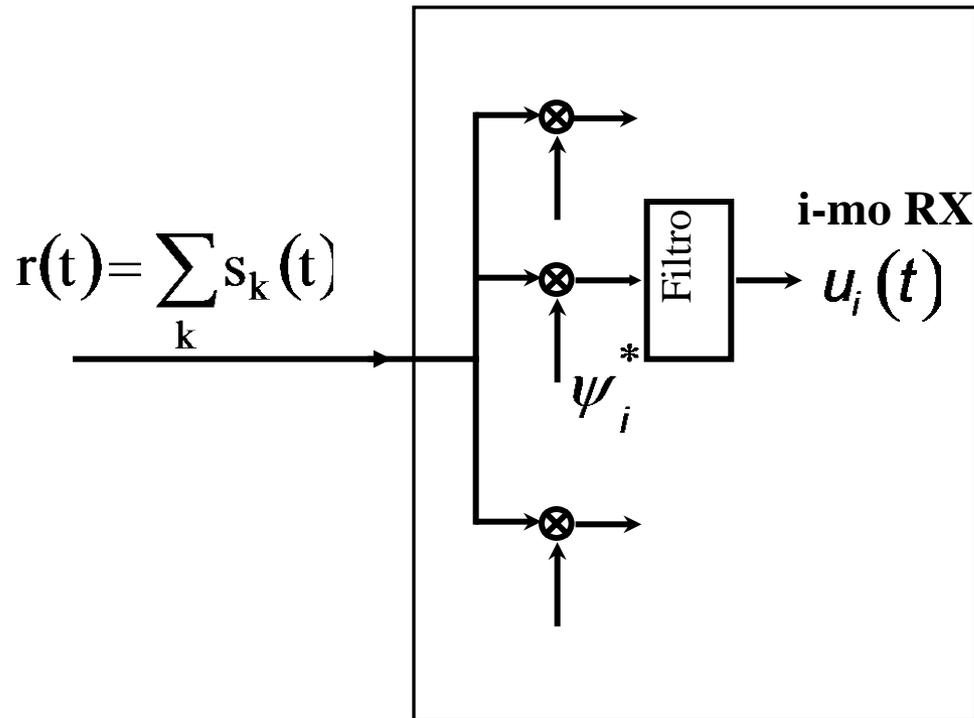
$$s_i(t) = u_i(t) \otimes \psi_i(t)$$

dove l'informazione viene trasmessa tramite i simboli  $u_i^\ell$  (Es.  $u_i^\ell = \pm 1$ ) presenti in  $u_i(t)$



# Metodi di Canalizzazione (2/3)

- ✓ Poiché il canale radio é per sua natura condiviso, il ricevitore i-esimo riceve tutti i segnali trasmessi; per recuperare l'informazione desiderata esegue quindi la correlazione del segnale complessivo ricevuto con la (le) funzione(i) ortonormale(i) assegnata(e) al “canale utile”

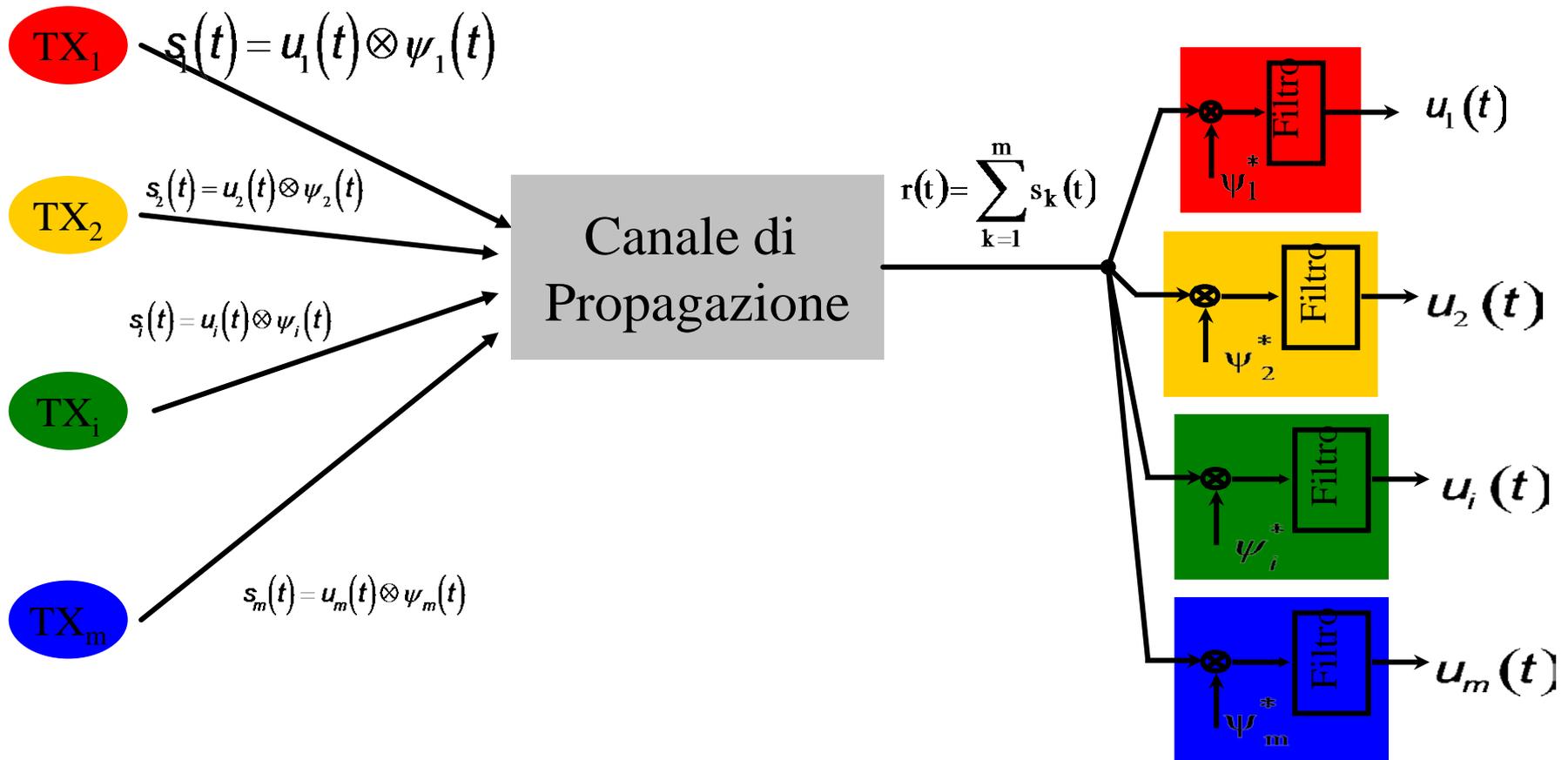


\* sincronizzazione!

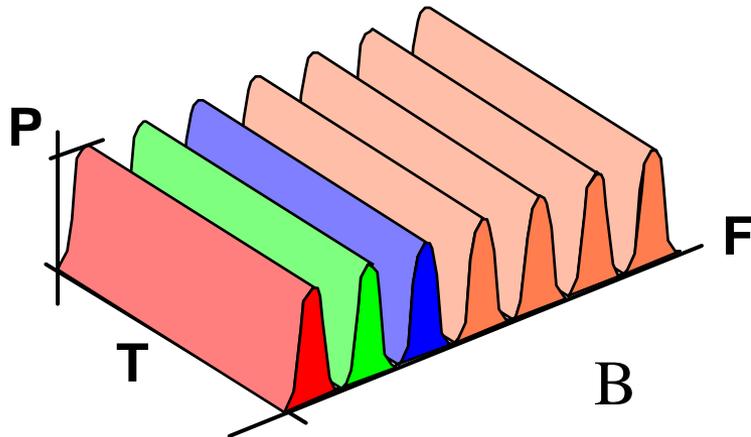


# Metodi di Canalizzazione (3/3)

- ✓ Quindi se ho una sola funzione ortonormale assegnata ad ogni comunicazione:



# Frequency Division Multiple Access (FDMA)



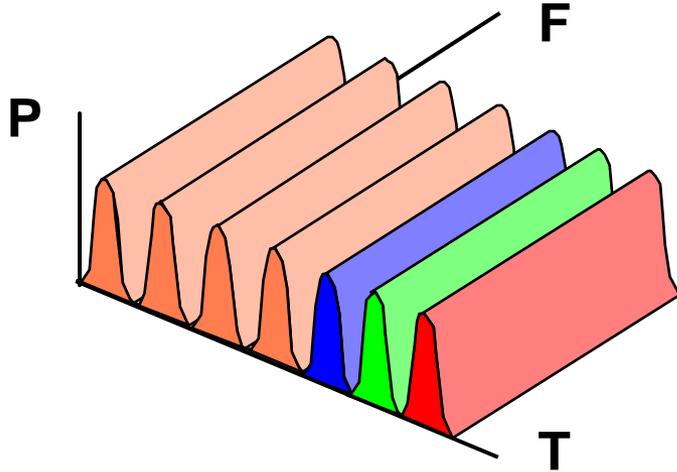
$$\psi_i(t) = K \cdot \sin[(\omega_0 + \omega_i)t] = K \cdot \sin\left[\left(\omega_0 + \frac{2\pi B \cdot i}{N_c}\right)t\right]$$

per  $0 \leq t \leq T$

- ✓ Si hanno funzioni ortogonali in frequenza, ovvero di lunghezza temporale pari all'intero periodo  $T$  di durata del segnale e bande praticamente disgiunte; la separazione dei canali può essere quindi ottenuta mediante filtri passa-banda
- ✓ Necessarie "bande di guardia" per limitare l'*interferenza da canale adiacente*;
- ✓ Esempio: AMPS (*Advanced Mobile Phone System*) analogico (dismesso):  
 $N_c = 790$  canali, ciascuno avente banda pari a 30 KHz.



# Time Division Multiple Access (TDMA)



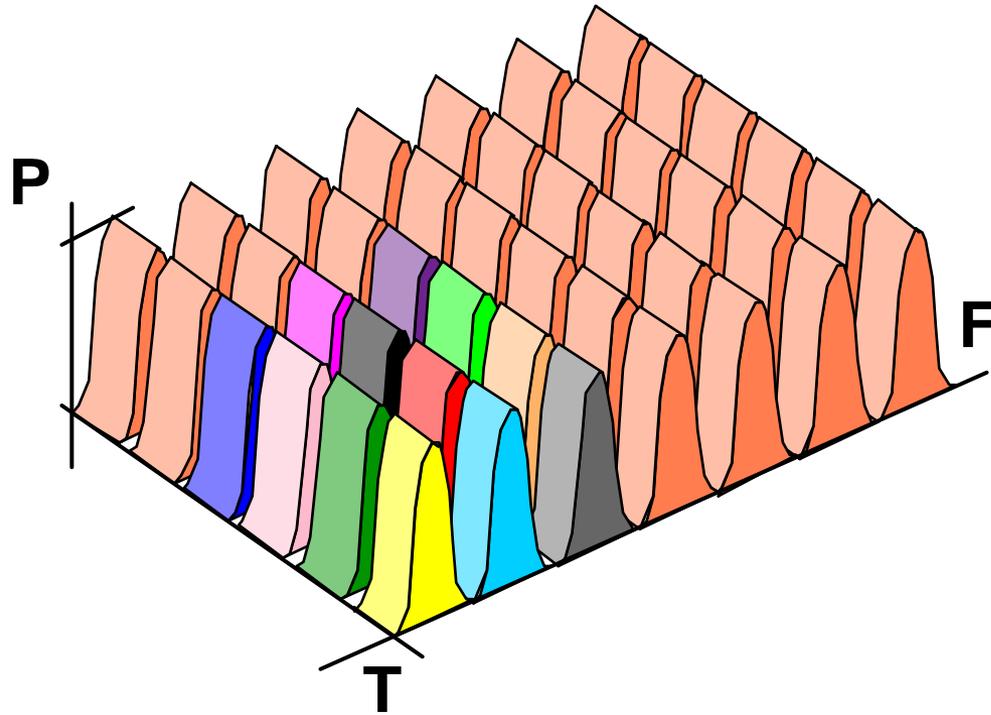
$$\psi_i(t) = K' \cdot \sin(\omega_0 t)$$

$$(i-1) \cdot \frac{T}{N_C} \leq t \leq i \cdot \frac{T}{N_C}$$

- ✓ Si hanno funzioni ortogonali in tempo, ovvero non nulle su intervalli temporali disgiunti (time-slots) ed aventi banda pari a tutta la banda disponibile; la separazione dei canali può essere quindi ottenuta mediante porte temporali;
- ✓ Necessari "tempi di guardia" per limitare l' *interferenza da canale adiacente*;



# Esempio: GSM (*Global System for Mobile Communication*)



GSM 900:

- ✓ Ibrido TDMA-FDMA: 248 canali di 200 KHz ciascuno multiplati in frequenza, ognuno dei quali supporta 8 canali multiplati nel tempo (0.577 ms per *slot* temporale). 124 frequenze vengono usate per il collegamento mobile-base (up-link) e 124 per il collegamento base-mobile (down-link). In totale quindi  $124 \cdot 8 = 992$  canali bidirezionali a disposizione degli Operatori.



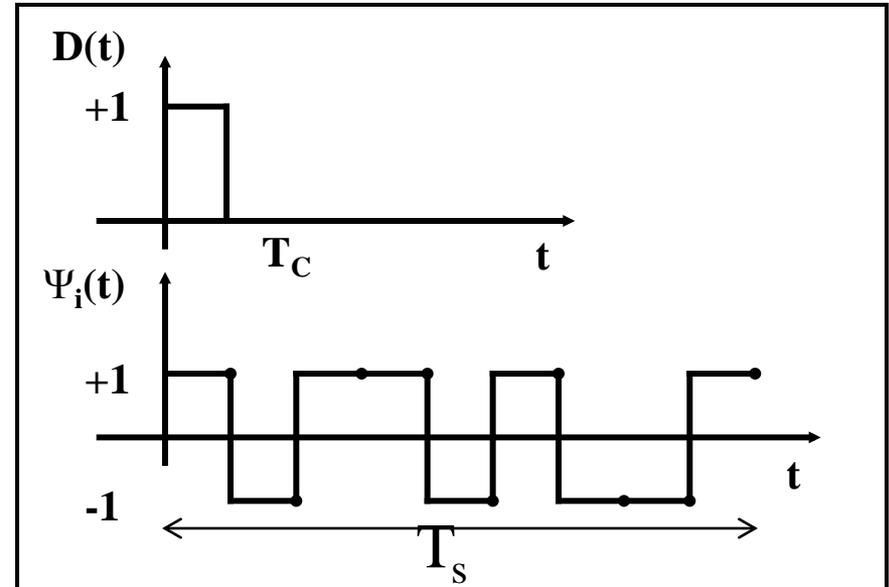
# Code Division Multiple Access (CDMA)

$$\psi_i(t) = \sum_j b_i^{(j)} \cdot D(t - jT_C)$$

$\Psi_i(t)$  : codice o (parola di codice);

es:  $b^{(j)} = 1$ ;

$T_C$  : tempo di chip, con  $T_C \ll T_S$



- ✓ Ogni utente ha assegnato un codice, cioè una  $\Psi_i$
- ✓ Il codice può essere utilizzato per costruire il segnale  $s_i(t)$  in 2 modi diversi:
  1. CDMA-DS (*Direct Sequence*): il codice va a moltiplicare il segnale informativo (sequenza dei simboli  $c_i$ ) secondo l'opportuno operatore  $\otimes$
  2. CDMA-FH (*Frequency Hopping*): il codice determina i salti in frequenza della portante di modulazione;



# CDMA in breve

- ✓ Il CDMA è generalmente SS ma non necessariamente
- ✓ Per la canalizzazione si usano codici ortogonali o quasi ortogonali come le sequenze PN.
- ✓ I codici mantengono le loro proprietà di bassa cross-correlazione solo in condizioni di sincronismo; tale condizione non sempre è perseguibile, in particolare per la tratta di mobile base.
- ✓ C'è sempre un'interferenza residua data dalla cross-correlazione non nulla fra codici diversi.
- ✓ I codici non sono limitati come la banda. Di conseguenza non c'è motivo di dividere la copertura cellulare in cluster → si usa perciò  $m=1$ , tutte le celle sono uguali e l'interferenza viene sia dalla cella (interferenza intra-cella) corrente sia dalle altre (interferenza inter-cella)
- ✓ ... vedi lezioni successive...



# Obiettivi di progetto di un sistema d'area (1/2)

- ✓ Le metriche di qualità di servizio sono:
  - Estensione dell' area di servizio  $A_s$
  - Numero di utenti serviti (per cella o totali) detto anche capacità del sistema
  - Bitrate a disposizione di ciascun utente/collegamento
  - Bassa probabilità di blocking al set-up della comunicazione (dipende dalla assegnazione di canali rispetto al traffico)
  - Bassa probabilità di dropping durante la comunicazione (dipende dal  $C/(I+N)$  della comunicazione)
  - Bassa occupazione spettrale del sistema
  - Basso costo degli apparati e dell' installazione (deployment)



# Obiettivi di progetto di un sistema d'area (2/2)

- ✓ Reti radio-diffusive (Broadcast Systems)
  - Comunicazione monodirezionale;
  - Pochi canali simultaneamente attivi;
  - Non esistono reali problemi di allocazione/gestione delle risorse → obiettivo della progettazione é ottenere la copertura più ampia possibile.
  
- ✓ Reti di comunicazione mobile
  - Comunicazione bidirezionale;
  - Molti canali simultaneamente attivi (traffico elevato, anche su aree limitate);
  - Celle di dimensioni ridotte (diminuendo  $P_T$  e/o aumentando filtraggio spaziale). Aumenta però così il numero di siti necessari → costo di deployment



# Traffico e coperture

- ✓ La qualità del collegamento (C/I) aumenta al crescere del cluster size  $m$ . Tuttavia, se il traffico è elevato, conviene  $m$  non troppo elevato, affinché ogni cella abbia a disposizione un numero di risorse sufficiente per far fronte alle richieste di accesso al sistema, mantenendo la probabilità blocco (blocking) entro la specifica assegnata; il valore di  $m$  deve essere ricercato nel compromesso fra tali esigenze
- ✓ In alternativa, le esigenze di traffico possono essere soddisfatte riducendo, a parità di  $m$ , la dimensione delle celle (non troppo, per non rendere critica la gestione dell' hand-over), diminuendo le potenze in trasmissione o, più usualmente, aumentando il filtraggio spaziale, portando le BSs sotto il livello dei tetti; Copertura macrocellulare → Copertura microcellulare.
- ✓ Dato il traffico offerto da ciascun utente e [Erlang], il numero di utenti  $n_u$ , il traffico offerto totale  $A = e \cdot n_u$ , il numero di canali disponibili  $n_c$ , assumendo di avere code di lunghezza nulla, si può ottenere la probabilità di blocco tramite la formula Erlang-B :

$$B(n_c, A) = \frac{A^{n_c}}{\sum_{i=0}^{n_c} \frac{A^i}{i!}}$$



# Tabella Erlang B

$n_c$	Loss or Blocking probability										$n_c$
	0.007	0.008	0.009	0.01	0.02	0.03	0.05	0.1	0.2	0.4	
1	.00705	.00806	.00908	.01010	.02041	.03093	.05263	.11111	.25000	.66667	1
2	.12600	.13532	.14416	.15259	.22347	.28155	.38132	.59543	1.0000	2.0000	2
3	.39664	.41757	.43711	.45549	.60221	.71513	.89940	1.2708	1.9299	3.4798	3
4	.77729	.81029	.84085	.86942	1.0923	1.2589	1.5246	2.0454	2.9452	5.0210	4
5	1.2362	1.2810	1.3223	1.3608	1.6571	1.8752	2.2185	2.8811	4.0104	6.5955	5
6	1.7531	1.8093	1.8610	1.9090	2.2759	2.5431	2.9603	3.7584	5.1086	8.1907	6
7	2.3149	2.3820	2.4437	2.5009	2.9354	3.2497	3.7378	4.6662	6.2302	9.7998	7
8	2.9125	2.9902	3.0615	3.1276	3.6271	3.9865	4.5430	5.5971	7.3692	11.419	8
9	3.5395	3.6274	3.7080	3.7825	4.3447	4.7479	5.3702	6.5464	8.5217	13.045	9
10	4.1911	4.2889	4.3784	4.4612	5.0840	5.5294	6.2157	7.5106	9.6850	14.677	10

A [Erlang]

