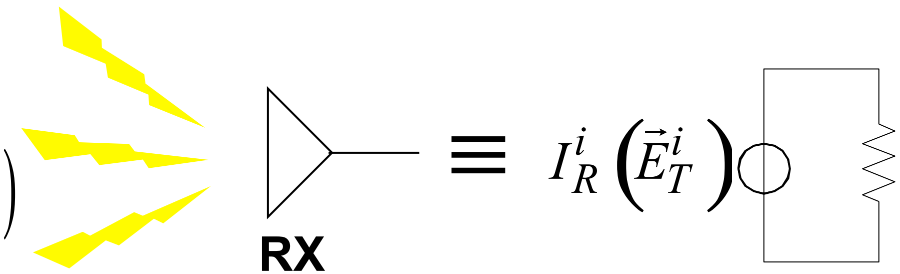
C – IL CANALE RADIOMOBILE

- Caratterizzazione deterministica del canale radiomobile
  - Fuzioni di trasferimento del canale: caso statico e dinamico
  - Fading piatto e selettivo
- Caratterizzazione statistica del canale radiomobile
  - Aleatorietà del canale radiomobile
  - Autocorrelazioni delle funzioni di trasferimento
  - L'ipotesi WSSUS
  - I parametri sintetici (delay-spread, banda di coerenza ecc.).
  - Estensione al dominio spaziale
  - Autocorrelazioni
  - Esempi
- Tecniche di diversità, MIMO, e space-time coding
  - Tecniche di diversità
  - Matrice di canale e MIMO
  - Multiplexing gain e cenni a space-time coding.

Segnale ricevuto da 1 cammino

i-esimo raggio $\vec{E}_T^i$

$\chi_i = \left(\theta_R^i, \phi_R^i\right)$



$\equiv \; I_R^i\left(\vec{E}_T^i\right)$

(Si trascura per ora il rumore)

Fasore del segnale (corrente) ricevuto:

$$I_R^i = -j\lambda\sqrt{\frac{\Re e\left(Y_R\right) g_R\left(\theta_R^i,\phi_R^i\right)}{\pi\eta}}\left\{\hat{p}_R\left(\theta_R^i,\phi_R^i\right)\cdot\vec{E}_T^i\right\} = \left|I_R^i\right| e^{j\arg\left(I_R^i\right)} = \rho_i e^{j\vartheta_i}$$

(dipende dalla corrente I_T in trasmissione)

Per ogni cammino:

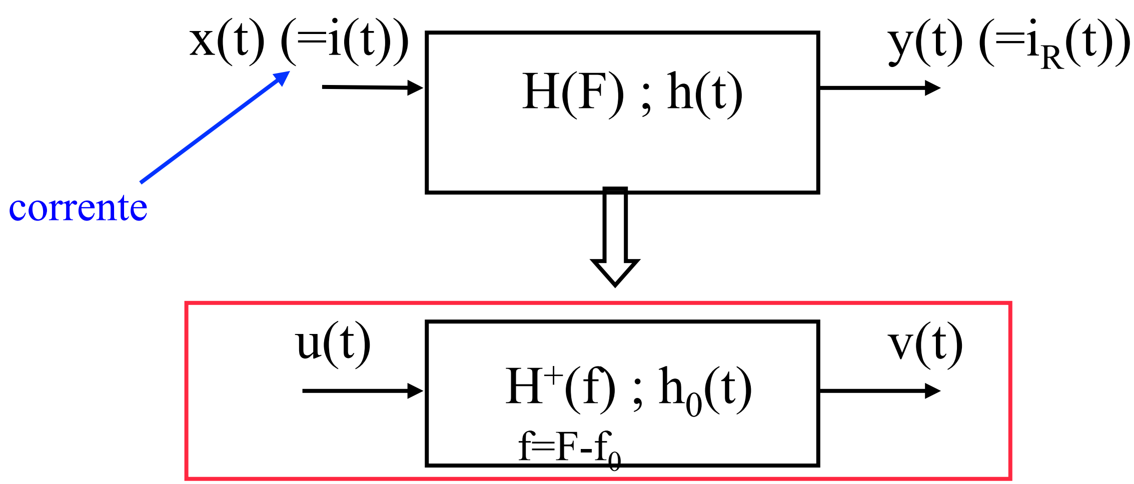
ρ_i	ampiezza	s_i, t_i	percorso, ritardo
θ_i	fase	χ_i	angoli di arrivo
f_i	*freq. Doppler*	ψ_i	angoli di partenza

Con N cammini

$$I_R = \sum_{i=1}^{N_r} I_R^i = \sum_{i=1}^{N_r} \rho_i e^{j\vartheta_i}$$

Nel *dominio del tempo* ciò significa che in ricezione si ha una sovrapposizione di N sinusoidi ciascuna moltiplicata per ρ_i e sfasata di θ_i (quindi una nuova sinusoide…).

Se invece ho segnali modulati (segnali passabanda) bisogna fare riferimento al sistema passabasso equivalente:



sistema passabasso equivalente

$$x(t) = \mathrm{Re}\left\{u(t)e^{j2\pi f_0 t}\right\} =$$

$$= A(t)\cos\left[2\pi f_o t + \alpha(t) - \varphi_o\right]$$

u(t) inviluppo complesso rappresentativo: contiene la legge di modulazione

$$u(t) = A(t)e^{j\alpha(t)}e^{-j\varphi_o}$$

Caso statico (1/4)

Il segnale di uscita y(t) prodotto dal canale è una somma di repliche ritardate di t_i, attenuate di ρ_i e sfasate di θ_i del segnale originario x(t) *(si trascura qui il rumore)*:

$$y(t) = \sum_{i=1}^{N_r} \mathrm{Re}\left\{\rho_i u\left[t - t_i\right] e^{j\left\{2\pi f_0\left[t-t_i\right]+\vartheta_i\right\}}\right\} = x(t) * h(t)$$

Si può ricavare la **risposta impulsiva equivalente passa-basso *h₀(t)*,** tale che:

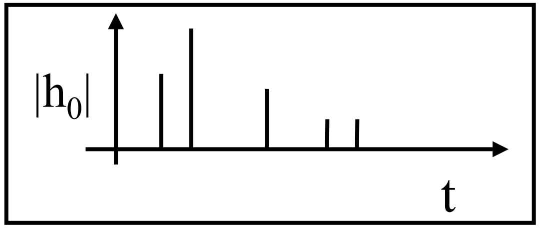
$$\mathrm{v}(t) = h_0(t) * u(t) \quad ; \quad h(t) = \mathrm{Re}\{h_0(t)\, e^{j2\pi f_0 t}\}$$

Si ha:

$$y(t) = \sum_i \mathrm{Re}\left\{\rho_i u\left[t - t_i\right] e^{j\left\{2\pi f_0\left[t-t_i\right]+\vartheta_i\right\}}\right\} = \mathrm{Re}\left\{\mathrm{v}(t) e^{j2\pi f_0 t}\right\} = \mathrm{Re}\left\{\underbrace{\left(\int_{-\infty}^{\infty} h_0(\xi) u(t-\xi)\, d\xi\right)}_{\mathrm{v}(t)} e^{j2\pi f_0 t}\right\}$$

quindi:

$$\boxed{h_0(t) = \sum_i \rho_i e^{j\phi_i} \delta(t - t_i)} \quad \text{con} \quad \phi_i = \theta_i - 2\pi f_0 t_i$$



Caso statico (2/4)

Infatti, sostituendo l' ultima formula nella precedente si ha:

$$y(t) = \mathrm{Re}\left\{\left[\int_{-\infty}^{\infty}\left(\sum_i \rho_i \delta\left(\xi - t_i\right) e^{j\phi_i}\right) u\left(t-\xi\right) d\xi\right] e^{j2\pi f_0 t}\right\} =$$

$$= \mathrm{Re}\left\{\sum_i \rho_i \left[\int_{-\infty}^{\infty} \delta\left(\xi - t_i\right) u\left(t-\xi\right) d\xi\right] e^{j\left\{2\pi f_0 t + \phi_i\right\}}\right\} =$$

$$= \mathrm{Re}\left\{\left[\sum_i \rho_i u\left(t - t_i\right)\right] e^{j\left\{2\pi f_0 \left(t - t_i\right) + \vartheta_i\right\}}\right\} \quad \text{c.v.d.}$$

Si riconosce che

$$\mathrm{v}\left(t\right) = \sum_i \rho_i u\left(t - t_i\right) e^{j\left(\vartheta_i - 2\pi f_0 t_i\right)}$$

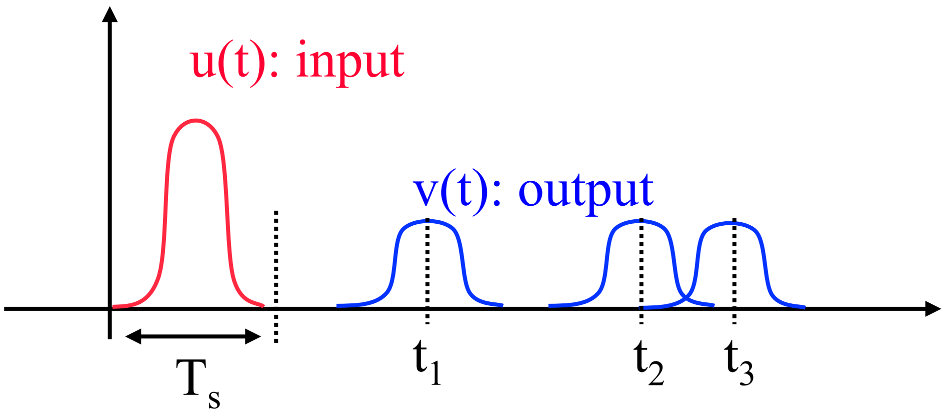
Dove l' ultima uguaglianza deriva dalla ben nota proprietà di vaglio della funzione d di Dirac

La corrispondente **funzione di trasferimento equivalente passabasso** è perciò:

$$\boxed{H\left(f\right) = \Im\left\{h_0\left(t\right)\right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_i \rho_i e^{j\vartheta_i - j2\pi f_0 t_i} \delta\left(t - t_i\right) e^{-j2\pi f t} dt = \sum_i \rho_i e^{j\left\{-2\pi\left(f + f_0\right) t_i + \vartheta_i\right\}}}$$

Caso statico (3/4)

facendo riferimento ai moduli dei segnali passabasso l'uscita si può rappresentare:



A causa della presenza di ritardi diversi il canale è affetto da **dispersione temporale**, che puo' causare **interferenza intersimbolica**.
Per non averla occorrerebbe che: $T_s >> \Delta t = t_i^{max} - t_i^{min}$

Per la stessa ragione, si ha **distorsione in frequenza**, cioè la funzione H(f) non ha modulo costante in frequenza. Per non avere distorsione occorre che la banda del segnale B sia molto piccola in modo da non "sentire" variazioni di H(f), cioe B<< B_c, con B_c **banda di coerenza del canale**. In tal caso si ha **fading piatto**, altrimenti **fading selettivo** in frequenza

Caso statico (4/4)

La banda di coerenza del canale B_c è quell'intervallo frequenziale su cui la funzione di trasferimento del canale mantiene "coerenza", "memoria" del valore iniziale.

<u>In prima approssimazione</u> si può scrivere:

$$B \approx \frac{1}{T_s} \qquad ; \qquad B_c \approx \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{t_i^{\max} - t_i^{\min}}$$

Di conseguenza le due condizioni di non distorsione date nel tempo e nella frequenza sostanzialmente coincidono.

Es: 2 cammini

Siccome per l'arbitrarietà del riferimento di tempo e fase si puo scegliere $t_1 = \theta_1 = 0$, si ha, a meno di una costante moltiplicativa:

$$H(F) = 1 + \frac{\rho_2}{\rho_1} e^{-j\left\{2\pi\left(f+f_0\right)t_2 - \vartheta_2\right\}} = 1 + \rho e^{-j\left\{2\pi F\Delta t \ - \vartheta \ \right\}}$$

Quindi il modulo della risposta in frequenza vale:

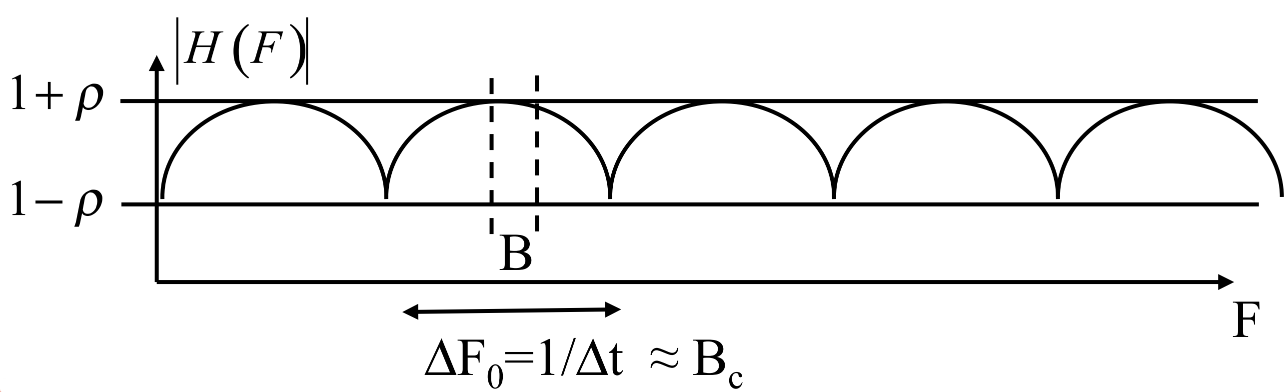
$$\left|H\left(F\right)\right| = \sqrt{\left[1+\rho\cos(2\pi F\Delta t-\theta)\right]^2 + \rho^2\sin^2(2\pi F\Delta t-\theta)} = \sqrt{1+\rho^2+2\rho\cos(2\pi F\Delta t-\theta)}$$

Punti di minimo di |H(F)|:

$2\pi\, F_{0k}\Delta t - \theta = (2k+1)\,\pi$

Distanza fra 2 minimi successivi:

$2\pi\,(F_{0\,k+1} - F_{0\,k})\,\Delta t = 2\pi \longrightarrow \Delta F_0 = (F_{0\,k+1} - F_{0\,k}) = 1/\Delta t$

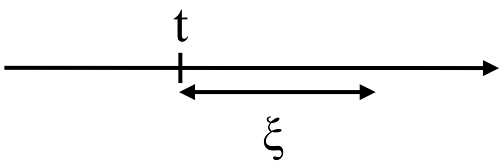


Condizione di fading piatto:

$$B \ll B_c \approx \frac{1}{\Delta t}$$

Caso dinamico (1)

Ampiezze e ritardi sono dipendenti dal tempo causa la mobilità dei terminali.
Si assume un tempo ξ dei segnali (tempo relativo o "in eccesso"), diverso dal tempo del canale t (tempo assoluto), su cui varia il canale stesso.
Si avrà perciò:



$$y(t,\xi) = \sum_i \mathrm{Re}\left\{\rho_i(t)\, u\left[\xi - t_i(t)\right] e^{j\left\{2\pi f_0\left[\xi - t_i(t)\right] + \vartheta_i(t)\right\}}\right\}$$

<u>Approssimazioni</u>:

- ρ_i e θ_i variano lentamente nel tempo
- L'inviluppo complesso del segnale ha durata limitata
- La dipendenza dei ritardi dal tempo si può linearizzare

Caso dinamico (2)

Linearizzazione della dipendenza dei ritardi dal tempo:

$$t_i(t) = \frac{s_i + \Delta s(t)}{c} \simeq \frac{s_i + \mathbf{v} \bullet \hat{\kappa}_i \, \Delta t}{c} = \frac{s_i + \mathbf{v} \bullet \hat{\kappa}_i (t - t_0)}{c} =$$

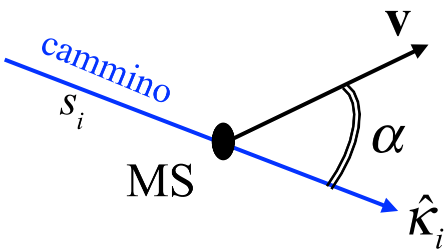
ponendo t_0=0 si ha:

$$= \frac{s_i}{c} + \frac{\mathbf{v} \bullet \hat{\kappa}_i}{c} t = t_i + \frac{\mathbf{v} \bullet \hat{\kappa}_i}{c} t \triangleq t_i - \frac{f_i}{f_0} t$$

quindi

$$\frac{\mathbf{v} \bullet \hat{\kappa}_i}{c} = -\frac{f_i}{f_0} \quad \Longrightarrow \quad f_i = \frac{-f_0}{c} \mathbf{v} \bullet \hat{\kappa}_i = \frac{-f_0}{c} \mathrm{v} \cos \alpha$$

Frequenze Doppler



Ad ogni cammino è associata una frequenza Doppler

Caso dinamico (3)

Si ottiene allora:

$$y(t,\xi)=\sum_i \mathrm{Re}\,\rho_i\left\{u\left[\xi-t_i\right]e^{j\left\{2\pi f_0\xi+2\pi f_i t-2\pi f_0 t_i+\vartheta_i\right\}}\right\}$$

da cui: $\mathrm{v}(t,\xi)=\sum_i \rho_i u(\xi-t_i)e^{j(2\pi f_i t-2\pi f_o t_i+\vartheta_i)}$

Con un procedimento del tutto analogo a quello visto per il caso statico si ottengono le espressioni delle funzioni di trasferimento:

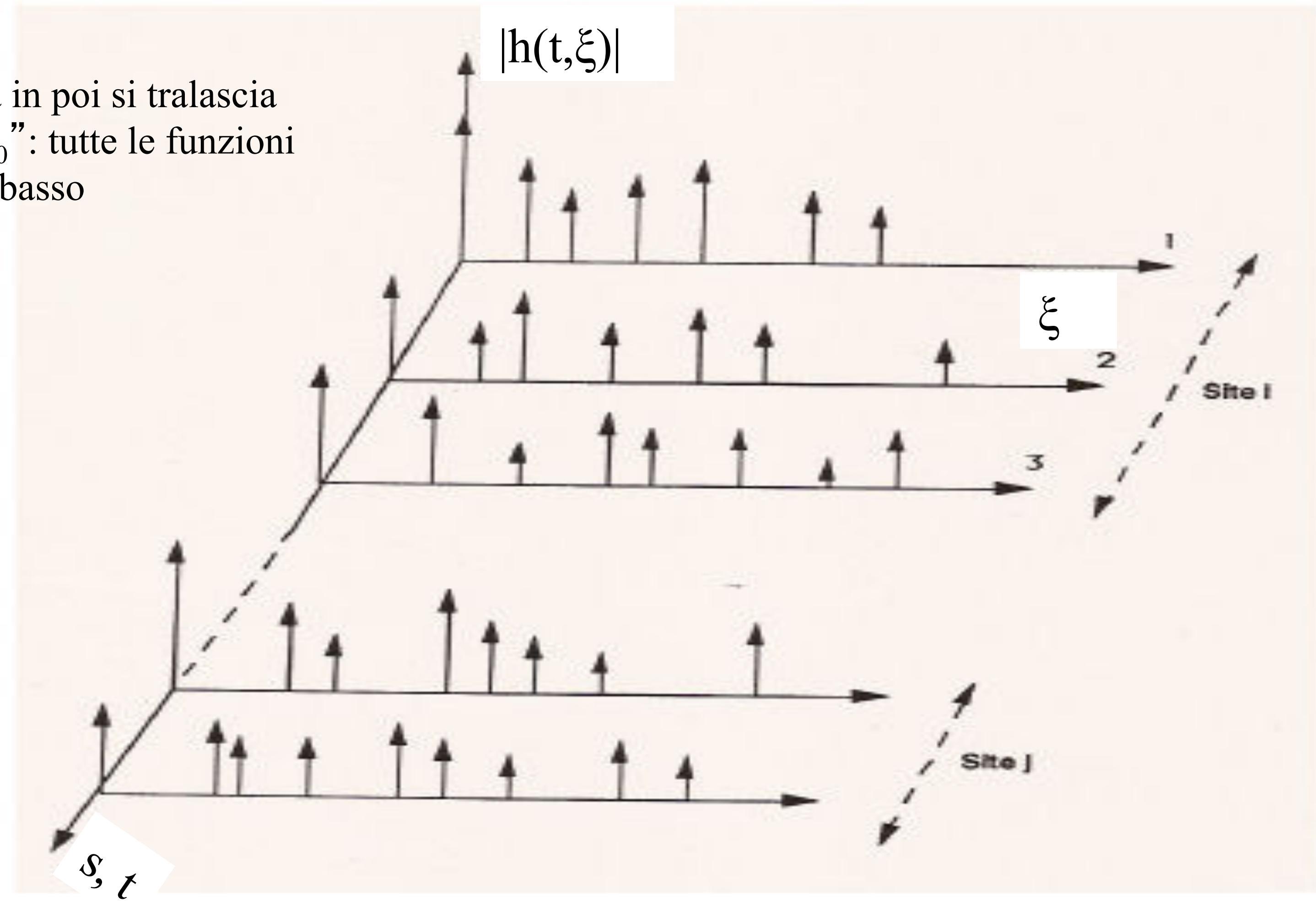
$$h_0(t,\xi)=\sum_i \rho_i\delta\left[\xi-t_i\right]e^{j\left\{2\pi f_i t-2\pi f_0 t_i+\vartheta_i\right\}}$$

$$H(t,f)=\sum_i \rho_i e^{j\left\{2\pi f_i t-2\pi f t_i-2\pi f_0 t_i+\vartheta_i\right\}}$$

La frequenza nella seconda è la trasformata del ritardo in eccesso nella prima.
Si ha una simmetria: a causa dei ritardi dei cammini si ha una dipendenza, una "selettività" in frequenza, a causa degli spostamenti Doppler si ha una selettività nel tempo assoluto

Esempio di risposta impulsiva tempo-variante

NB: da ora in poi si tralascia
Il pedice “$_0$”: tutte le funzioni
sono passabasso



Caso dinamico (4)

Analogamente a prima il canale è **non selettivo nel tempo**, e quindi si ha **fading piatto nel tempo** se:

$$T_d << T_c$$

Dove T_c è il **tempo di coerenza del canale** e T_d è la durata del segnale, cioè della forma d'onda che occorre riconoscere (può corrispondere a uno o più simboli in relazione alla tecnica di decodifica). In maniera simmetrica a prima si può darne una valutazione approssimativa come inverso della massima variazione di frequenza Doppler:

$$T_c \approx \frac{1}{\Delta \nu} = \frac{1}{\left| f_i \right|_{\max}}$$

Spesso anziché fare riferimento a Δt e $\Delta \nu$ e dare espressioni approssimate per ricavare Bc e Tc si usano i parametri di dispersione nel tempo e nella frequenza Doppler (Delay Sperad e Doppler Spread), che tengono anche conto dei profili di potenza , oppure meglio, le funzioni di autocorrelazione (vedi oltre).

Osservazione

Le funzioni h e H sono del tipo:

$$\mathrm{M}(x,w)=\sum_{i=1}^{N}\delta(x-x_i)f(w) \quad \overset{x\to\Im\to y}{\Rightarrow} \quad \mathrm{N}(y,w)=\sum_{i=1}^{N}e^{-j2\pi y x_i}f(w)$$

Siccome la trasformata di Fourier di una δ è un esponenziale, si ha sempre questa relazione tra domìni apparentati da trasformata di Fourier.

Viceversa se la dipendenza funzionale è esponenziale, la trasformata di Fourier fornisce una δ-dipendenza nel dominio trasformato.

Si puo' dire che M è di "tipo δ in x" ed N è di "tipo e in y"

Si noti inoltre che prendendo il valore di N(0,w) alla frequenza zero si ottiene la componente continua di M rispetto a x, cioè si ha:

$$\mathrm{N}(0,w)=\mathrm{N}(w)=\sum_{i=1}^{N}f(w)=\int \mathrm{M}(x,w)\,dx=\mathrm{M}(w)$$

Osservazione (II)

Es:

Trasformando il tempo assoluto (dipendenza esponenziale) si otterrà un dominio frequenziale in cui la funzione avrà dipendenza del tipo $\delta(\nu - f_i)$, il dominio delle frequenze Doppler, che verrà identificato con l'asse ν.

<u>Le funzione del canale sono di tipo δ nelle variabili "relative" e di tipo *e* nelle variabili assolute</u>

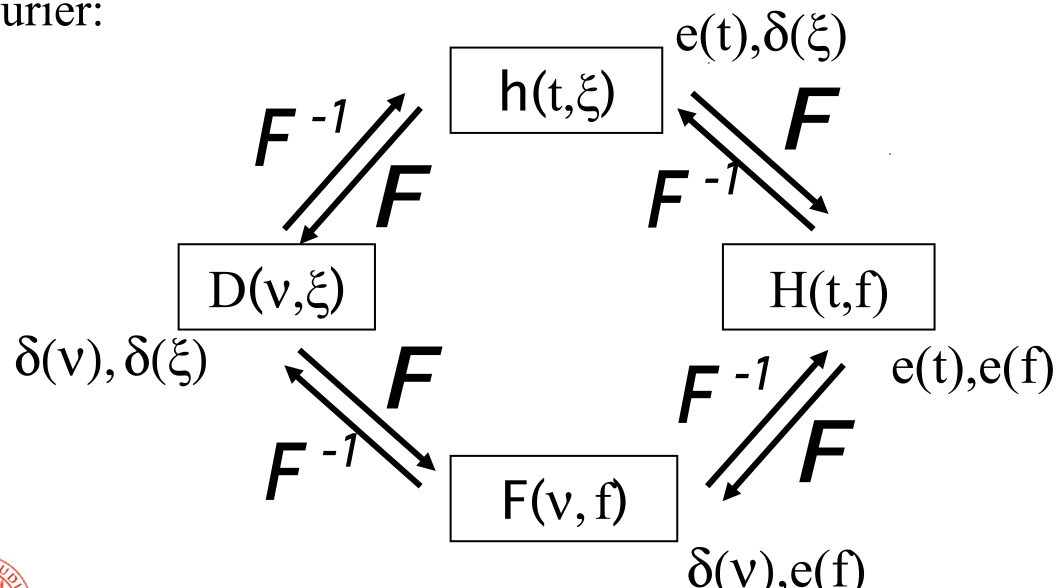
Le 4 funzioni del canale radiomobile

Trasformata del tempo assoluto è la frequenza Doppler ν. Si possono allora ottenere altre due funzioni del canale:

$$D(\nu,\xi)=\int_{-\infty}^{+\infty} h(t,\xi)e^{-j2\pi\nu t}\,dt \;=\sum_i \rho_i\delta\left[\xi-t_i\right]\delta\left[\nu-f_i\right]e^{j\left\{-2\pi f_0 t_i+\vartheta_i\right\}}$$

$$F(\nu,f)=\int_{-\infty}^{+\infty} H(t,f)e^{-j2\pi\nu t}\,dt \;=\sum_i \rho_i\delta\left(\nu-f_i\right)e^{j\left\{-2\pi f t_i-2\pi f_0 t_i+\vartheta_i\right\}}$$

Si hanno quindi 4 funzioni del canale che definiscono una circolarità tramite trasformate di Fourier:



ξ tempo relativo
f frequenza assoluta
t tempo assoluto
ν frequenza Doppler